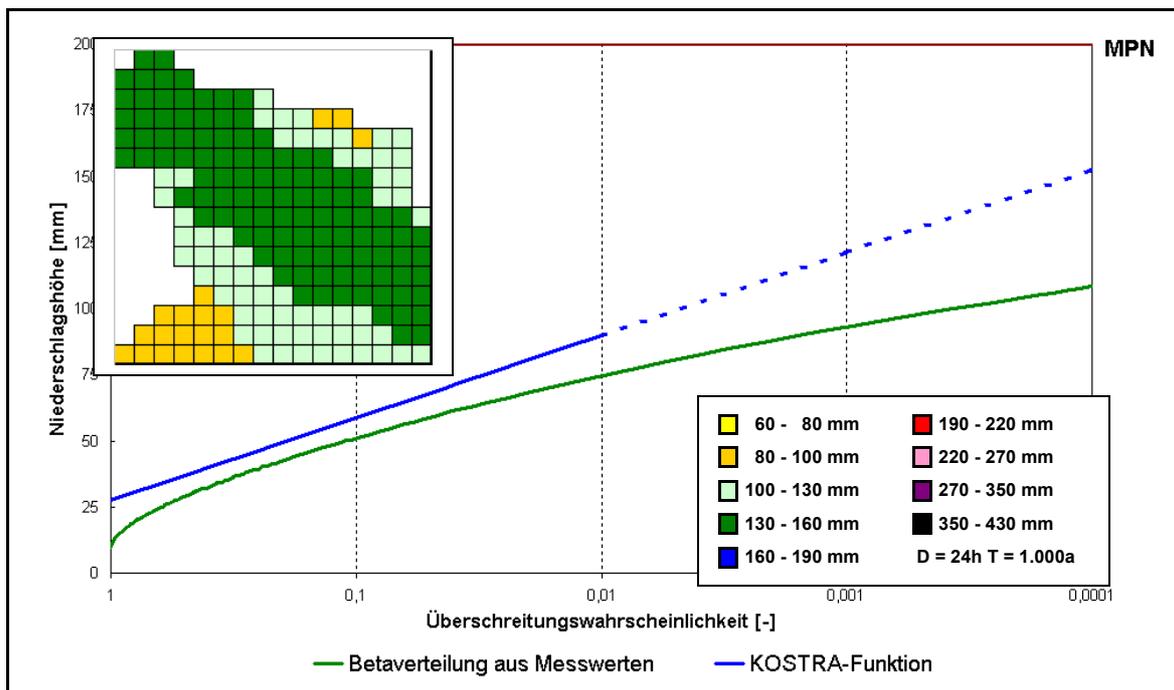


Institut für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau

Universität Hannover 

Abschlussbericht

“Praxisrelevante Extremwerte des Niederschlags (PEN)”



August 2003

Dr.-Ing. H.-R. Verworn, Dipl.-Ing. U. Kummer

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis.....	I
Abbildungsverzeichnis.....	III
1. Einleitung.....	1
2. Vorgehensweise.....	2
3. Datengrundlage.....	4
4. Mathematisch statistische Grundlagen.....	5
4.1 Allgemeines.....	5
4.2 Empirische Wahrscheinlichkeiten.....	6
4.3 Die Beta-Verteilung.....	7
4.4 Die Pearson-III-Verteilung.....	8
4.5 Die Normalverteilung.....	9
5. Vergleich verschiedener Verteilungsfunktionen.....	10
5.1 Vergleich mit der empirischen Wahrscheinlichkeit.....	10
5.2 Vergleich zwischen Beta-Verteilung und KOSTRA.....	11
5.3 Vergleich zwischen Pearson-III-Verteilung und KOSTRA	13
5.4 Vergleich zwischen Beta- und Pearson-III-Verteilung.....	14
5.5 Sensitivitätsanalyse der beiden Verteilungen.....	16
5.6 Ergebnis aus dem Vergleich verschiedener Verteilungsfunktionen.....	18
6. Entwicklung allgemeiner Zusammenhänge aus der Beta-Verteilung.....	19
6.1 Die Parameter r und s der Beta-Verteilung.....	19
6.2 Niederschlagshöhen aus der Beta-Verteilung.....	19
6.3 Die Beta-Verteilung mit einer Datenbasis aus KOSTRA.....	21

6.4 Fazit aus der Verwendung der Betaverteilung.....	25
7. Verfahren zur Bestimmung von Niederschlagshöhen für die Wiederkehrzeiten 1.000a und 10.000a.....	27
8. Einordnung der PEN-Werte.....	29
9. Empfohlene Vorgehensweise zur flächendeckenden Festlegung extremer Niederschlagswerte.....	32
Schritt 1: Berechnung des u- und w-Wertes.....	32
Schritt 2: Berechnung Niederschlagshöhen für T = 1.000a und 10.000a.....	34
Schritt 3: Flächenhafte Festlegung.....	34
10.Zusammenfassung.....	37
Literaturverzeichnis.....	39
Anhang.....	i
PEN Niederschlagshöhen D = 6h, T = 1.000 a.....	ii
PEN Niederschlagshöhen D = 6h, T = 10.000 a.....	iii
PEN Niederschlagshöhen D = 12h, T = 1.000 a.....	iv
PEN Niederschlagshöhen D = 12h, T = 10.000 a.....	v
PEN Niederschlagshöhen D = 24h, T = 1.000 a.....	vi
PEN Niederschlagshöhen D = 24h, T = 10.000 a.....	vii
PEN Niederschlagshöhen D = 48h, T = 1.000 a.....	viii
PEN Niederschlagshöhen D = 48h, T = 10.000 a.....	ix
PEN Niederschlagshöhen D = 72h, T = 1.000 a.....	x
PEN Niederschlagshöhen D = 72h, T = 10.000 a.....	xi

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1:	Vergleich verschiedener theoretischer Verteilungsfunktionen mit der empirischen Wahrscheinlichkeit am Beispiel Bamberg, Dauerstufe 24h.....	9
Abbildung 2:	Vergleich von Betaverteilung und KOSTRA-Funktion für Bochum, Dauerstufe 24h.....	11
Abbildung 3:	Vergleich von Betaverteilung und KOSTRA für Hamburg-Funktion, Dauerstufe 24h.....	11
Abbildung 4:	Vergleich von Pearson-III-Verteilung und KOSTRA-Funktion für Bochum, Dauerstufe 24h.....	13
Abbildung 5:	Vergleich zwischen Beta- und Pearson-III-Verteilung am Beispiel Potsdam, Dauerstufe 24h.....	14
Abbildung 6:	Vergleich von Pearson-III- und Betaverteilung mit originaler und reduzierter Messreihe am Beispiel Jena, Dauerstufe 24h.....	15
Abbildung 7:	Vergleich von Pearson-III- und Betaverteilung mit originaler und erweiterter Messreihe am Beispiel Jena, Dauerstufe 24h.....	16
Abbildung 8:	Verhältnis der extrapolierten Niederschlagshöhen aus der Betaverteilung zu $KOSTRA_{100}$, Dauerstufe 24h.....	19
Abbildung 9:	Vergleich der Betaverteilung aus Messwerten und aus KOSTRA-Daten mit der KOSTRA-Funktion, Wyk/Föhr, Dauerstufe 24h.....	21
Abbildung 10:	Vergleich der Betaverteilung aus Messwerten und aus KOSTRA-Daten mit der KOSTRA-Funktion bei $KOSTRA_{100}$, Wyk/Föhr, Dauerstufe 24h.....	21
Abbildung 11:	Vergleich der Betaverteilung aus Messwerten und aus KOSTRA-Daten, Dauerstufe 24h, Wiederkehrzeit 100a.....	22
Abbildung 12:	Vergleich der Betaverteilung aus Messwerten und aus KOSTRA-Daten, Dauerstufe 24h, Wiederkehrzeit 1.000a.....	23
Abbildung 13:	Vergleich der Betaverteilung aus Messwerten und aus KOSTRA-Daten, Dauerstufe 24h, Wiederkehrzeit 10.000a.....	23
Abbildung 14:	Vergleich von KOSTRA-Funktion und Betaverteilung aus Messwerten, Wyk/Föhr, Dauerstufe 24h.....	27
Abbildung 15:	Vergleich von gemessenem Höchstniederschlag, PEN 1.000a und 10.000a zu $KOSTRA_{100}$, Dauerstufe 24h.....	28
Abbildung 16:	Vergleich von gemessenem Höchstniederschlag, PEN 1.000a und 10.000a und MPN zu $KOSTRA_{100}$, Dauerstufe 24h.....	29

Abbildung 17: Bereichsgrenzen der KOSTRA-Funktion, Ortspunkt Görlitz, D = 24h.....	31
Abbildung 18: KOSTRA-Rasterfeld für den Ortspunkt Görlitz, D = 24h, T = 1a [itwh, 2002].....	32
Abbildung 19: KOSTRA-Rasterfeld für den Ortspunkt Görlitz, D = 24h, T = 100a [itwh, 2002].....	32
Abbildung 20: Klasseneinteilung für PEN, Dauerstufe 24h.....	33
Abbildung 21: Vergleich der berechneten (links), der mit dem Median ausgeglichen (Mitte) und der endgültig ausgeglichenen (rechts) Karte am Beispiel D = 24h, T = 1.000a.....	35

1. Einleitung

Für die Belange der hydrologischen Praxis z.B. Bau von Talsperren oder Regenrückhalteräumen werden Bemessungswerte des Niederschlags geringerer Eintrittswahrscheinlichkeit als 1% benötigt. Bis heute stehen dafür nur die Ergebnisse der Projekte „Koordinierte Starkregen-Regionalisierung-Auswertung“ (KOSTRA) und „Regionalisierung maximierter Gebietsniederschlagshöhen in der Bundesrepublik Deutschland“ (MGN) zur Verfügung. Während mit den KOSTRA-Werten der Bereich der jährlichen Eintrittswahrscheinlichkeit bis 1% (Wiederkehrzeit 100 Jahre) erfasst wird, sind die MGN-Werte die Schätzung der vermutlich größten Niederschlagshöhen. Dazwischen liegt ein großer Bereich extremer, für die wasserwirtschaftliche Praxis relevanter Niederschlagshöhen.

Mit diesem Projekt PEN „Praxisrelevante Extremwerte des Niederschlags“ wird diese Lücke geschlossen. Es werden Niederschlagshöhen für Wiederkehrzeiten von 1.000 und 10.000 Jahren und verschiedene Dauerstufen geliefert.

Das Projekt PEN wurde durch die Länderarbeitsgemeinschaft Wasser (LAWA) finanziell unterstützt und unter fachlicher Begleitung der ATV-DVWK Arbeitsgruppe HW 1.1 „Niederschlag“ durchgeführt.

2. Vorgehensweise

Die Zielsetzung dieses Projektes war es, eine Festlegung der Niederschlagshöhen für die Wiederkehrzeiten $T = 1.000a$ und $T = 10.000a$ möglichst auf Basis einer Verteilungsfunktion zu gewinnen.

Als Funktionen für die hier zu untersuchende Aufgabenstellung kommen Wahrscheinlichkeitsverteilungen für stetige Zufallsvariablen in Frage, so z.B. die Betaverteilung, die Pearson-III-Verteilung oder die Normalverteilung. Die Betaverteilung hat sowohl eine untere als auch eine obere Grenze, so dass hier die Möglichkeit besteht, die MGN-Werte als obere Begrenzung zu berücksichtigen. Die Verteilungen sind in Kapitel 4 kurz beschrieben.

Für die Verwendung der Funktionen müssen die Parameter der Verteilungen berechnet werden. Diese werden aus den Messwerten der betrachteten Station ermittelt. Um eine möglichst stabile Datengrundlage zu haben, sollten die verwendeten Zeitreihen so lang und lückenlos wie möglich sein, d.h. die Messreihe sollte in etwa 100 Jahre oder mehr umfassen. Diese langen Zeitreihen aus Tageswerten wurden vom Deutschen Wetterdienst (DWD) bereitgestellt (siehe Kapitel 3). Mit diesen Tageswerten wurde die prinzipielle Vorgehensweise in diesem Projekt entwickelt und die ausgewählten Verteilungen hinsichtlich ihrer Eignung für die Fragestellung in Kapitel 5 untersucht. Die gewonnenen Erkenntnisse wurden später dann auch auf andere Dauerstufen übertragen.

Die vergleichende Bewertung der Anpassung verschiedener Verteilungsfunktionen an die Datenstichproben ergab, dass sich die Betaverteilung am besten als Verteilungsfunktion zur Abbildung der Niederschlagshöhen und zur Abschätzung der höheren Überschreitungswahrscheinlichkeiten eignet (Kap. 5). Der nächste Schritt der Bearbeitung hatte das Ziel die mit den Zeitreihen der verschiedenen Ortspunkte gewonnenen Erkenntnisse auf die Fläche zu übertragen. Hierzu wurde zunächst versucht, über die Betaverteilung mit der Datenbasis aus den Messreihen eine flächenhafte Festlegung zu gewinnen (vgl. Kapitel 6.1 und 6.2). Dies war aber nicht möglich, weil die Forderung nach Übereinstimmung mit KOSTRA bei $T = 100a$ nicht eingehalten werden kann. Deshalb wurden künstliche Zeitreihen aus der KOSTRA-Verteilung (Exponential-Verteilung) generiert, an die dann die Betaverteilung angepasst wurden. Durch dieses Vorgehen kann das Übereinstimmen mit KOSTRA bei $T = 100a$ erreicht werden, da beide Verteilungen nun auf die gleiche Datenbasis zurückgreifen.

Die Betaverteilung ist also grundsätzlich zwar für die Fragestellung geeignet, die Datengrundlage für die Berechnung der Verteilung besteht jedoch nur aus 100jährigen Messreihen. Es sollen aber Aussagen für $T = 1.000a$ und $10.000a$ gemacht werden, also für einen weiten Bereich, der überhaupt nicht durch Messwerte abgedeckt ist. Die Zulässigkeit der Vorgehensweise über die Anpassung von Verteilungsfunktionen ist also grundsätzlich in Frage zu stellen (Kap. 6.4).

Die verschiedenen Untersuchungen mit der Betaverteilung zeigten deutlich, dass in dem Bereich der Wiederkehrzeiten bis $T = 10.000a$ sich die Niederschlagshöhen aus der

Betaverteilung und aus der Extrapolation der KOSTRA-Funktion nicht wesentlich unterscheiden. Nach eingehenden Diskussionen innerhalb der ATV-DVWK-Arbeitsgruppe HW 1.1 „Niederschlag“ und der Beteiligung weiterer Fachleute wurde es als sinnvoll erachtet, die Niederschlagshöhen der Wiederkehrzeiten $T = 1.000a$ und $10.000a$ aus KOSTRA zu gewinnen. Diese Vorgehensweise stellt auch im Hinblick auf eine praxisorientierte Anwendung den besseren Weg dar (vgl. Kapitel 7).

Um zu verdeutlichen, dass sich die PEN-Werte gut in die hydrologische Praxis einfügen, wurden sie in Kapitel 8 ins Verhältnis gesetzt zu den Ergebnissen der Projekte „Koordinierte Starkregen-Regionalisierung-Auswertung“ (KOSTRA) und „Regionalisierung maximierter Gebietsniederschlagshöhen in der Bundesrepublik Deutschland“ (MGN). Dazu wurden die gemessenen Niederschlagshöhen aus den langen Zeitreihen im Verhältnis zu $KOSTRA_{100}$ aufgetragen. Hieraus geht deutlich hervor, dass die meisten Höchstwerte aus 100 Jahren Messzeitraum auch eine Wiederkehrzeit von ≈ 100 Jahren haben und nicht in den PEN-Bereich fallen. Als Bemessungswerte für Belange der hydrologischen Praxis liegen die PEN-Werte also einerseits signifikant über den in 100 Jahren tatsächlich gemessenen Werten, andererseits aber realistisch weit unter den maximierten Punktniederschlägen als oberem physikalischen Grenzwert.

In Kapitel 9 wird abschließend die empfohlene Vorgehensweise zur flächendeckenden Festlegung extremer Niederschlagswerte anhand eines Beispiels dargestellt. Die Berechnung der Niederschlagshöhen für die Wiederkehrzeiten $T = 1.000a$ und $T = 10.000a$ erfolgt mit der KOSTRA-Funktion und den vorher ermittelten u - und w -Werten. Für eine flächendeckende Festlegung der Werte werden die berechneten Niederschlagshöhen in Klassen eingeteilt und über die Fläche mit Hilfe eines mathematischen Glättungsalgorithmus ausgeglichen.

3. Datengrundlage

Für diese Untersuchung standen Regendaten von zwanzig Ortspunkten zur Verfügung. Vom Deutschen Wetterdienst (DWD) wurden die lange Zeitreihen aus Tageswerten der Stationen Aachen, Augsburg, Bamberg, Bochum, Bremen, Clausthal-Zellerfeld, Frankfurt/Main, Görlitz, Hamburg, Hohenpeißenberg, Jena, Karlsruhe, Lübeck, München, Münsingen, Münster, Potsdam, Schwerin, Stuttgart und Wyk/Föhr bereitgestellt. Neben diesen Tageswerten waren zusätzlich 5-min-Werte für die Stationen Potsdam und Görlitz für 45 Jahre, von Hamburg für 30 Jahre und von Bochum für 71 Jahre vorhanden. Die untersuchten Stationen sind auf die gesamte Fläche Deutschlands verteilt, so dass man von einer gewissen Repräsentanz der Untersuchungen ausgehen kann.

Neben den Zeitreihen standen noch die Ergebnisse der Projekte KOSTRA und MGN zur Verfügung. Aus KOSTRA lassen sich für jeden Ortspunkt in Deutschland auf der Basis von Niederschlagshöhen ausgewählter Dauerstufen und Wiederkehrzeiten die funktionalen statistischen Zusammenhänge zwischen Niederschlagshöhe, Wiederkehrzeit (im Bereich von $T = 0,5$ bis 100a) und Dauer (im Bereich von 5min bis 72h) ableiten. Analog dazu kann auch der MGN in Abhängigkeit der Jahreszeit, Dauerstufe und Gebietsgrößenstufe hergeleitet werden. Die KOSTRA-Daten wurden aus dem Programm KOSTRA-DWD (itwh, 2002), die MGN-Werte aus der Publikation des DVWK (1997) entnommen. Aus Gründen der Vergleichbarkeit wurden die KOSTRA-Werte für Mai-September und die MGN-Werte für Sommer (Juni-August) verwendet.

Wegen der Verwendung der Zeitreihen einzelner Stationen und der auf den Ortspunkt bezogenen Daten in KOSTRA wurde statt des maximierten Gebietsniederschlags (MGN) die regional ausgeglichenen maximierten Punktniederschläge (MPN) verwendet. Da der MGN für Gebiete $\leq 25 \text{ km}^2$ dem MPN entspricht, konnten diese Werte für die Untersuchung benutzt werden. Nachfolgend ist stets die Bezeichnung MPN (statt MGN) verwendet worden, um den Punktbezug deutlich zu machen.

4. Mathematisch statistische Grundlagen

4.1 Allgemeines

Wenn der Ablauf eines hydrologischen Prozesses bzw. die Ergebnisse von Beobachtungen als Folge von Zufallsvariablen aufgefasst werden, unterliegen alle Beobachtungen einer Wahrscheinlichkeitsverteilung. Der Umfang aller Beobachtungen wird als Stichprobe bezeichnet, die aus der Grundgesamtheit entnommen sind. Dabei wird ein wesentliches Merkmal benutzt, um Stichprobe und Grundgesamtheit zu beschreiben.

Wasserwirtschaftliche Projekte werden u.a. nach hydrologischen Ereignissen definierter Eintrittswahrscheinlichkeit ausgelegt. Bei einer Reihe von wasserwirtschaftlichen Maßnahmen werden daher Angaben über die Variabilität und Wahrscheinlichkeit des Abflusses bzw. Niederschlages benötigt. Ein einfacher Ansatz zur Beschreibung einer hydrologischen Zufallsgrösse ist, eines ihrer Merkmale als Zufallsgrösse zu betrachten und die zeitliche Aufeinanderfolge dieser Zufallsvariablen außer acht zu lassen. Ziel einer statistischen Untersuchung von Niederschlagsdaten ist es, zu ermitteln, welche Wahrscheinlichkeit einem beobachteten hydrologischen Wert, z.B. einem Extremwert, zuzuordnen ist.

Bei Untersuchungen über die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von extremen Werten in hydrologischen Beobachtungsreihen wird davon ausgegangen, dass die Beobachtungsreihe nur einen Ausschnitt aus einer theoretisch unendlich langen Beobachtungsreihe (Grundgesamtheit $n \rightarrow \infty$) darstellt, die noch extremere Ereignisse enthält und in der Regel nicht beobachtet werden kann. Durch die Einführung der Grundgesamtheit werden die Wahrscheinlichkeiten 0 und 1 in Bereiche verlegt, die außerhalb der Länge der Beobachtungsreihe liegen. Die mathematische Vorstellung der Grundgesamtheit erlaubt die Aussage, einem bestimmten Ereignis x_i eine Überschreitungswahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}}(x_i)$ zuzuordnen. Mit $P_{\bar{u}}$ wird die Überschreitungswahrscheinlichkeit bezeichnet, die angibt, wie häufig ein Ereignis von beliebig vorgegebener Grösse erreicht oder überschritten wird. Wird die Wiederkehrzeit T_n auf Eins bezogen, ergibt sich $P_{\bar{u}} = 1/T_n$. So wird einem 50-jährigen Ereignis die Überschreitungswahrscheinlichkeit von $P_{\bar{u}} = 1/50 = 0,02$ oder 2% zugewiesen. Die Unterschreitungswahrscheinlichkeit P_u als komplementäres Ereignis beträgt dann $P_u = 1 - P_{\bar{u}} = 1 - 1/T_n$ oder 98% für das obige Beispiel.

Da jede diskrete oder stetige Verteilung von Zufallsgrössen durch ihre Wahrscheinlichkeitsfunktion beschrieben werden kann, muss die empirische Häufigkeitsverteilung der Stichprobe durch eine geeignete theoretische Verteilungsfunktion der Grundgesamtheit ersetzt werden. Die Verteilungsfunktion $P(x) = f(x, \mu, \sigma, \gamma)$ wird durch die statistischen Parameter, deren Werte aus der Stichprobe $P(x) = f(x, \bar{x}, s, C_s)$ gewonnen wurde, repräsentiert.

Ziel der Wahrscheinlichkeitsanalyse einer Beobachtungsreihe von Extremwerten ist es also, eine mathematisch theoretische Dichte- bzw. Verteilungsfunktion zu finden, die sich der

empirischen Häufigkeitsverteilung bzw. Summenhäufigkeit der Messwerte möglichst gut anpasst (MANIAK, 1992).

Für den Bereich der Extremwertbetrachtung stehen aber leider nur einige wenige Verteilungsfunktionen zur Verfügung. Diese sind nachfolgend von den Grundlagen her, welche für das Verständnis der Untersuchungen benötigt werden, kurz dargestellt. Eine vertiefende Betrachtung der vorgestellten Verteilungsfunktionen ist diversen Literaturquellen zu entnehmen.

4.2 Empirische Wahrscheinlichkeiten

Aus den Werten einer Beobachtungsreihe kann direkt die Häufigkeit einer Beobachtung $P(x_i)$ abgeleitet werden. Diese empirischen Wahrscheinlichkeiten entsprechen den aufsummierten relativen Häufigkeiten, wenn die Beobachtungswerte der Grösse nach geordnet sind. Erhält der grösste beobachtete Wert den Rang $m = N$ und der kleinste Wert $m = 1$, kann die empirische Unterschreitungswahrscheinlichkeit P_u angegeben werden mit (MANIAK, 1992):

$$P_u = \lim_{(N \rightarrow \infty)} \left(\frac{m}{N} \right)$$

Bei Stichproben liefert diese Gleichung für den mittleren Häufigkeitsbereich befriedigende Ergebnisse, führt jedoch an den beiden Enden der Verteilung zu den Werten 0 und 1, die nur für die Grundgesamtheit definiert sind. Zur Vermeidung dieser Fälle wird die Gleichung um einen Wert c erweitert, der in der Literatur unterschiedlich angegeben wird. Die empirische Unterschreitungswahrscheinlichkeit $P_u(x_i)$ bzw. das zugehörige Wiederkehrintervall T_n , das ein Ereignis x_i gleich oder kleiner ist als der nachstehende Wert, beträgt (MANIAK, 1992):

$$P_u(x) = \frac{m - c}{N + 1 - 2c} \quad \text{bzw.} \quad T_n = \frac{N + 1 - 2c}{N + 1 - m - c} \quad [\text{a}]$$

mit: N: Stichprobenumfang, z.B. Anzahl der Beobachtungsjahre
 m: Rangzahl, $m = 1$ kleinster, $m = N$ grösster Werte der Stichprobe
 c: Beiwert

Mit $c = 0,4$ erhält man die in DVWK, 1985 empfohlene sogenannte Plottingformel:

$$T_{n,k} = \frac{N + 0,2}{m - 0,4} \quad [\text{a}] \quad \text{bzw.} \quad P_u(x) = \frac{m - 0,4}{N + 0,2}$$

Die empirischen Wahrscheinlichkeiten bilden eine wichtige Grundlage für die Annahme einer gewählten theoretischen Verteilungsfunktion.

4.3 Die Betaverteilung

Die Betaverteilung definiert sich durch die Stammfunktion (PLATE, 1993)

$$f_x(x) = \frac{1}{B(r,s)} \frac{(y-a)^{r-1} * (b-y)^{s-1}}{(b-a)^{r+s-1}} * \left| \frac{dy}{dx} \right|,$$

die im Bereich $a < y < b$ gültig ist und den Wert Null außerhalb dieses Bereiches annimmt.

Die Betaverteilung ist also eine links- und rechtsseitig begrenzte Funktion, deren Anwendung immer dann empfehlenswert ist, wenn für die Zufallsvariable y (oder x) untere und obere Schranke bekannt sind.

Transformiert man diese Funktion mit $x = (y - a) / (b - a)$, so erhält man die standardisierte Dichtefunktion der Form:

$$f_x(x) = \frac{1}{B(r,s)} * x^{r-1} * (1-x)^{s-1} \quad \text{für } 0 < x \leq 1$$

mit $B(r,s) = \int_0^1 x^{r-1} * (1-x)^{s-1} dx$ (UNI GÖTTINGEN, 2002)

und der zugehörigen Verteilungsfunktion:

$$F_x(x) = \frac{1}{B(r,s)} * \int_0^x x^{r-1} * (1-x)^{s-1} dx \quad \text{für } x < 1$$

Die Parameterschätzung der Verteilung erfolgt nach der Momentenmethode:

$$m_{cx2} = E\{x^2\} - \mu_x^2 = \sigma_x^2 = \frac{r * s}{(r+s)^2 * (r+s-1)}$$

Daraus und aus der Bedingung $\mu_x = r / (r + s)$ ergibt sich der Parameter r und daraus Parameter s in Abhängigkeit zu r .

Als obere Grenze der Betaverteilung kann der MPN angesehen werden. Die untere Grenze wird für den Vergleich mit der empirischen Wahrscheinlichkeit auf die nächst kleinere ganze Zahl der kleinsten Niederschlagshöhe festgelegt. Ob ein anderer Wert vielleicht besser geeignet ist, wird im späteren Teil der Untersuchungen noch nachgeprüft.

4.4 Die Pearson-III-Verteilung

Die Pearson-III-Verteilung ist eine 3-parametrische Funktion, mit dem Merkmal x und den Funktionsparametern α, β und z . Mit $\beta = 1$ ergibt sich die standardisierte Pearson-III-Verteilung.

Die Dichte der standardisierten Pearson-III-Verteilung ergibt sich zu:

$$f(z, \alpha) = \frac{1}{\Gamma \alpha} * z^{\alpha-1} * e^{-z}$$

und die Verteilungsfunktion zu:

$$F(z, \alpha) = \frac{1}{\Gamma \alpha} * \int_0^z e^{-z} * z^{(\alpha-1)} dz$$

für beide Funktionen gilt die Bedingung $z > 0$.

Zur Parameterschätzung wird die Momentenmethode empfohlen, nach der zwischen den Parametern z und α mit dem Schiefekoeffizienten C_s , der Standardabweichung s und dem arithmetischen Mittel \bar{x} folgender Zusammenhang besteht:

$$\alpha = \frac{4}{C_s} \quad \text{und} \quad z = \frac{2x - 2\bar{x} + 4s/C_s}{s * C_s}$$

Eine Eigenschaft der Verteilung ist die automatische einseitige Begrenzung bei einer Schiefe grösser als betragsmäßig 2. Ob es eine rechtsseitige oder linksseitige Begrenzung ist, hängt vom Vorzeichen der Schiefe und damit von der Art der Stichprobe ab. Zum Vergleich mit der empirischen Wahrscheinlichkeit wird die berechnete Schiefe verwendet. Inwieweit dies richtig ist, oder ob eine Festlegung des Schiefekoeffizienten besser wäre, wird im folgenden noch getestet.

4.5 Die Normalverteilung

Die Normalverteilung ist eine zweiparametrische Verteilung. Sie wird vollständig beschrieben durch den Erwartungswert μ und die Varianz σ^2 der Zufallsvariablen x . Sie ist eine kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsverteilung, symmetrisch und hat eine glockenförmige Gestalt.

Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Normalverteilung ist durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \quad \text{für } -\infty < x < \infty \quad (\text{UNI GÖTTINGEN, 2002})$$

Dabei sind μ und σ^2 Parameter, für die gelten muss

$$-\infty < \mu < \infty \quad \text{und} \quad \sigma^2 > 0.$$

Die Verteilungsfunktion der Normalverteilung ist durch das Integral der Wahrscheinlichkeitsdichte definiert:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right) dx \quad (\text{UNI GÖTTINGEN, 2002})$$

Die Normalverteilung wird auch häufig – entsprechend ihrem Aussehen – als Gauß'sche Glockenkurve bezeichnet.

5. Vergleich verschiedener Verteilungsfunktionen

5.1 Vergleich mit der empirischen Wahrscheinlichkeit

Um zu ermitteln, welche der vorgestellten theoretischen Verteilungsfunktionen sich am besten an die empirische Wahrscheinlichkeit anpassen, werden sie mit den gegebenen Zeitreihen untersucht.

In Abbildung 1 sind die Verläufe der einzelnen Verteilungen für das Beispiel Bamberg dargestellt.

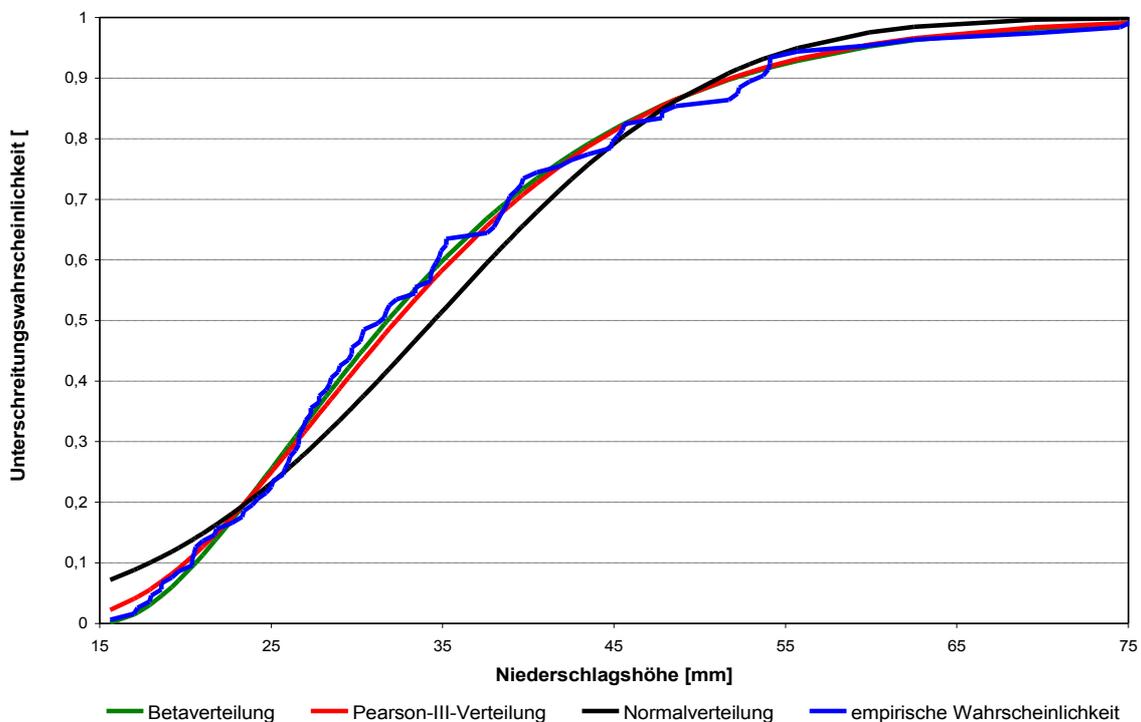


Abbildung 1: Vergleich verschiedener theoretischer Verteilungsfunktionen mit der empirischen Wahrscheinlichkeit am Beispiel Bamberg, Dauerstufe 24h

Es ist zu erkennen, dass sich sowohl die Beta- als auch die Pearson-III-Verteilung sehr gut an die empirische Wahrscheinlichkeitsverteilung der Messwerte angleichen. Die Normalverteilung indes verläuft von Anfang an über bzw. unter der empirischen Verteilung. Sie ist im Gegensatz zur Beta- und Pearson-III-Verteilung als theoretische Funktion nicht geeignet, sich an die Messwerte anzupassen.

Da sich die Beta- und die Pearson-III-Verteilung als geeignet erwiesen haben, werden nur diese beiden Funktionen im weiteren näher untersucht.

5.2 Vergleich zwischen Betaverteilung und KOSTRA

Es ist zu prüfen, ob und wenn wie gut die aus Messwerten gewonnene Betaverteilung die KOSTRA-Werte bis zu einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von $P_{\bar{u}} = 0,01$ widerspiegeln kann.

Als untere Grenze für die Anpassung der Betaverteilung wird die nächst kleinere ganze Zahl des kleinsten Stichprobenwertes als Grenze gewählt, weil sich die Verteilung mit dieser Grenze am besten sowohl an die KOSTRA-Werte als auch an die geschätzten Überschreitungswahrscheinlichkeiten der Niederschlagshöhen aus der Plottingformel anpasst und sich für die 1.000- und 10.000-jährigen Niederschlagshöhen höhere Wiederkehrzeiten als bei den anderen Grenzen ergeben.

Der Vergleich erfolgte anhand der gegebenen Zeitreihen für die Dauerstufen 60 min, 12h, 24h und 72h.

Für die Vergleiche mit KOSTRA wurden zum Einen Bereiche verwendet, zum Anderen aber auch definierte Werte. Für die KOSTRA-Bereiche sind jeweils die untere und obere Grenze der KOSTRA-Werte für die Umgebung des Ortspunktes angegeben. Die Bereichsgrenzen wurden wie folgt ermittelt: Aus den von KOSTRA-DWD angezeigten 9 Rasterfeldern (mit dem Rasterfeld des Ortspunktes in der Mitte) wurden jeweils die niedrigsten (KOSTRA von) und höchsten (KOSTRA bis) Werte entnommen, wobei Einzelwerte, d.h. nicht repräsentative Rasterfelder, nicht berücksichtigt wurden. Für weitere Untersuchungen werden einzelne KOSTRA-Werte als Bezug verwendet, hierzu wurde jeweils der Mittelwert aus oberer und unterer Bereichsgrenze des KOSTRA-Feldes gebildet, in dem der Ortspunkt liegt.

Die Wiederkehrzeiten der KOSTRA-Werte sind die einer partiellen Serie und wurden hier in Überschreitungswahrscheinlichkeiten einer jährlichen Serie umgerechnet. Für Überschreitungswahrscheinlichkeiten höher als $P_{\bar{u}} = 0,01$ wurde die KOSTRA-Verteilung extrapoliert.

Beziehung zwischen den Wiederkehrzeiten der partiellen (T_p) und der jährlichen (T_j) Serie:

$$T_j = \frac{\exp(1/T_p)}{\exp(1/T_p) - 1} \quad \text{bzw.} \quad T_p = \frac{1}{\ln T_j - \ln(T_j - 1)} \quad [\text{a}]$$

$$P_{\bar{u},j} = 1 / T_j \quad \text{bzw.} \quad P_{\bar{u},p} = 1 / T_p \quad [-]$$

Aus den Niederschlagshöhen der einzelnen Zeitreihen wurden die Parameter der Betaverteilung ermittelt. In den nachfolgenden Darstellungen sind die Verläufe der Betaverteilung und der KOSTRA-Verteilung jeweils bis zu Überschreitungswahrscheinlichkeiten von $P_{\bar{u}} = 0,0000001$ dargestellt. In den Darstellungen ist auch der Bereich eingezeichnet, in dem die Messwerte liegen. Dadurch soll deutlich gemacht werden, dass die Verteilungsfunktion nur durch Anpassung in diesem Bereich gewonnen wurden, der gesamte Extrapolationsbereich dagegen nicht mit Messwerten belegt ist. Als obere Grenze

der Darstellungen ist jeweils der MPN gewählt, welcher auch den oberen Grenzwert für die Betaverteilung darstellt.

Für Hamburg stand zusätzlich zum MPN noch der regional unausgeglichene maximierte Punktniederschlag (uMPN) zur Verfügung. Dieser wurde nur zur Veranschaulichung mit in die Abbildung 3 eingefügt. Zur Berechnung der Betaverteilung wurde der MPN als oberer Grenzwert benutzt.

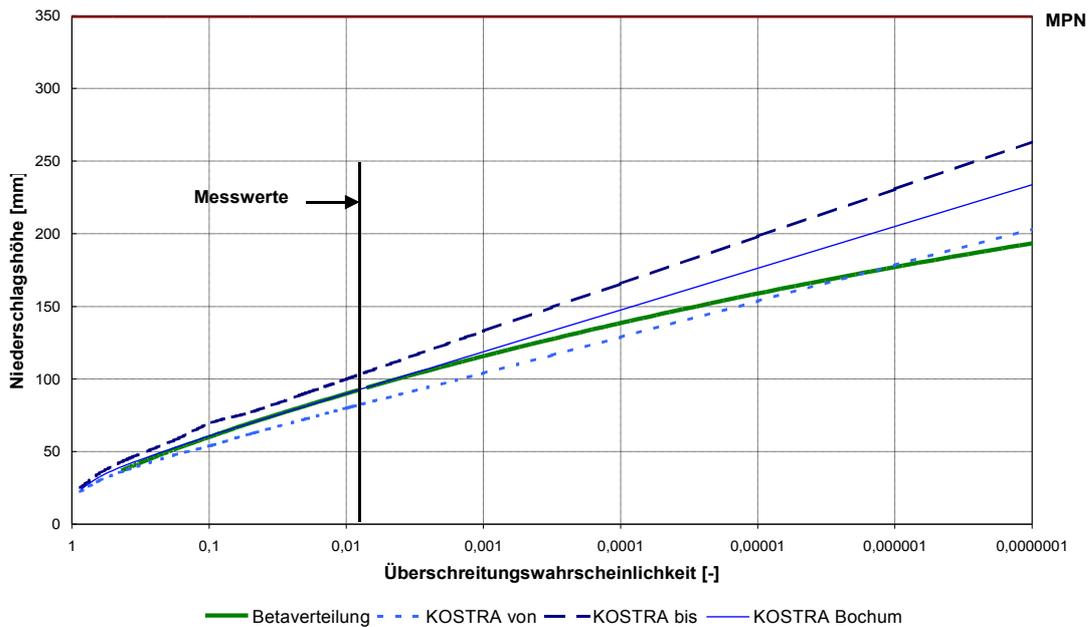


Abbildung 2: Vergleich von Betaverteilung und KOSTRA-Funktion für Bochum, Dauerstufe 24h

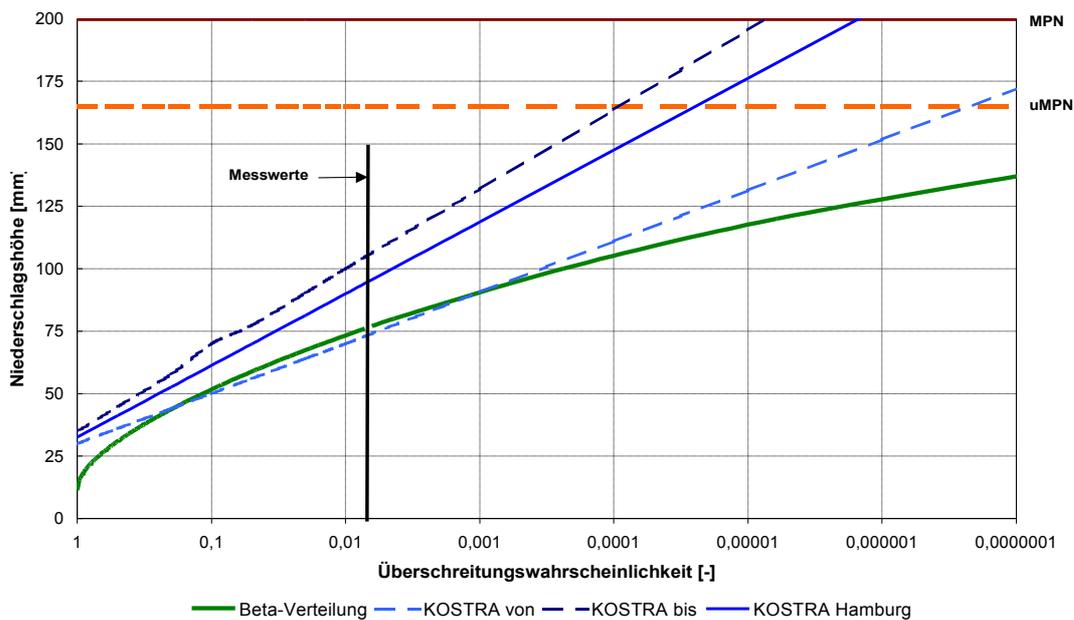


Abbildung 3: Vergleich von Betaverteilung und KOSTRA-Funktion für Hamburg, Dauerstufe 24h

Bei allen Ortspunkten ist aus den Diagrammen wie in Abbildung 2 am Beispiel Bochum zu erkennen, dass die Betaverteilung bis zu einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von $P_{\bar{u}} = 0,01$ gut in den KOSTRA-Bereich hineinpaßt. Erst im Extrapolationsbereich trennen sich die Betaverteilung und die KOSTRA-Ortskurve. Die Betaverteilung wird zusehends flacher und nähert sich asymptotisch dem MPN an. Die KOSTRA-Kurve hingegen verläuft geradlinig (bei einer logarithmischen Wahrscheinlichkeitsachse).

Aus Abbildung 3 am Beispiel Hamburg kann man erkennen, dass der MPN schon bei $P_{\bar{u}} = 0,00001$ vom KOSTRA-Bereich erreicht wird. Der zusätzlich eingefügte uMPN wird sogar schon bei einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von 0,0001 überschritten.

Der MPN stellt aber die obere Grenze des physikalisch möglichen dar und kann somit nie erreicht bzw. überschritten werden. Die Betaverteilung hingegen nähert sich dem MPN asymptotisch an und berücksichtigt damit diese Randbedingung.

5.3 Vergleich zwischen Pearson-III-Verteilung und KOSTRA

Ebenso wie die Betaverteilung wird hier die Pearson-III-Verteilung mit den KOSTRA-Werten verglichen.

Als Randbedingung der Verteilung wird der Schiefekoeffizient C_s untersucht und festgelegt, da er die Funktion stark beeinflusst. Dazu wurden sowohl die berechnete als auch zwei festgelegte Schiefen von 2 bzw. 4, die sich aus der Analyse und Synthese der Pearson-III-Verteilung für Hochwasserabflüsse ergeben haben (KLEEBERG / SCHUMANN, 2001), mit den gegebenen Zeitreihen bei einer Dauerstufe von 24h untersucht.

Aus dem Vergleich ging hervor, dass der Verlauf der Pearson-III-Verteilung mit steigendem Schiefekoeffizienten C_s immer steiler wird und der MPN bei einer Schiefe von $C_s = 4$ schon ab einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von unter $P_{\bar{u}} = 0,0001$, d.h. bei einer Wiederkehrzeit von weniger als 1.000 Jahren, erreicht wird. Bei der berechneten Schiefe $C_s = 0,68$ hingegen erfolgt ein Erreichen des MPN erst ab $P_{\bar{u}} = 10^{-11}$, also bei $T = 10^{12}$ a. Eine Festlegung des Schiefekoeffizienten auf 4 oder einen anderen Wert ist also in diesem Fall nicht geeignet, um mit der Pearson-III-Verteilung die Niederschlagshöhen darzustellen, da der MPN möglichst spät bzw. nie erreicht werden sollte. Deshalb wird auf eine Festlegung verzichtet und im weiteren mit dem berechneten Schiefekoeffizienten gearbeitet.

Dieser Vergleich erfolgte ebenfalls anhand der gegebenen Zeitreihen für die Dauerstufen 60 min, 12h, 24h und 72h.

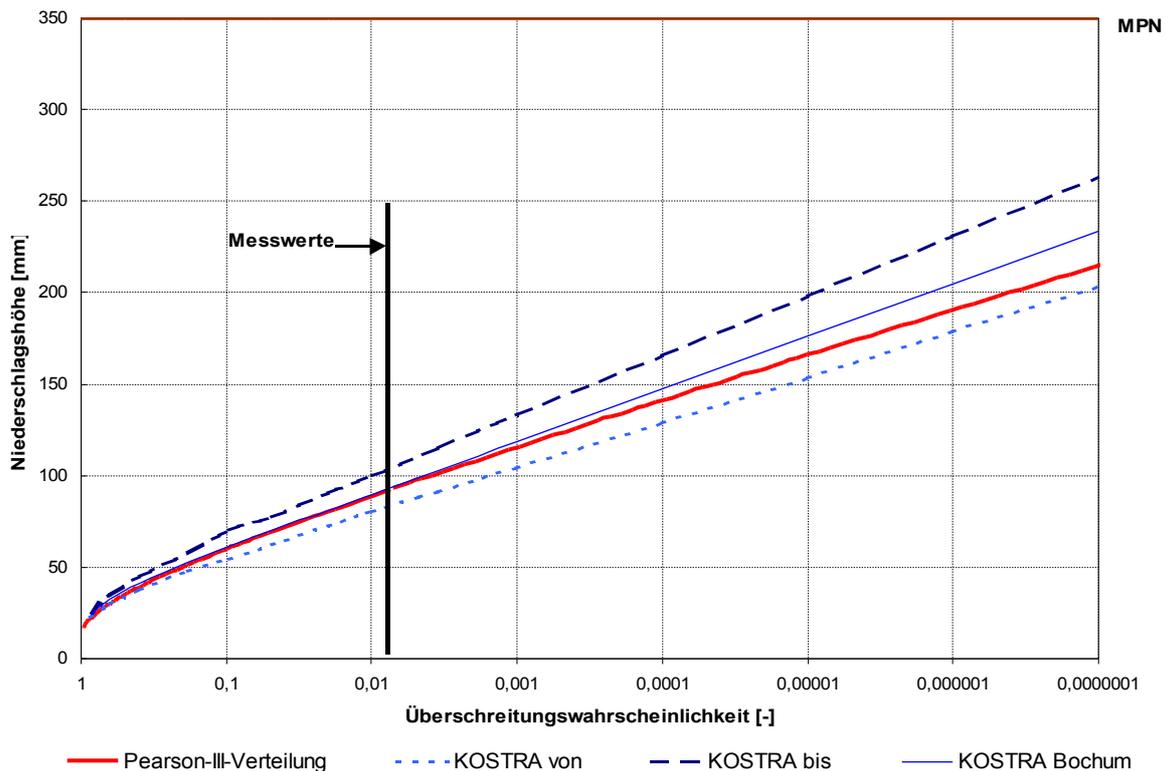


Abbildung 4: Vergleich von Pearson-III-Verteilung und KOSTRA-Funktion für Bochum, Dauerstufe 24h

Bei allen untersuchten Ortspunkten ist aus den Diagrammen wie in Abbildung 4 am Beispiel Bochum zu erkennen, dass die Pearson-III-Verteilung ($C_s = 1,18$) ebenso wie die Betaverteilung bis zu einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von $P_{\bar{u}} = 0,01$ gut in den KOSTRA-Bereich hineinpasst. Erst im Extrapolationsbereich trennen sich die beiden Kurven.

Die Pearson-III-Verteilung wird sichtlich flacher, die KOSTRA-Kurve hingegen verläuft geradlinig.

5.4 Vergleich zwischen Beta- und Pearson-III-Verteilung

Aus den Vergleichen der Beta- bzw. Pearson-III-Verteilung mit KOSTRA in den vorangegangenen Kapiteln ist hervorgegangen, dass beide Verteilungen geeignet sind, die Niederschlagshöhen bis zu einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von $P_{\bar{u}} = 0,01$ abzubilden.

Über den für dieses Projekt interessanten Bereich, den Extrapolationsbereich, konnte bisher aber keine Aussage getroffen werden. Deshalb soll in diesem direkten Vergleich der beiden Verteilungsfunktionen bestimmt werden, welche besser geeignet ist, die Niederschlagshöhen der Wiederkehrzeiten von 1.000 bzw. 10.000 Jahren zu ermitteln.

Die Untersuchung wurde mit den gegebenen Zeitreihen der Dauerstufe 24h durchgeführt. Die Parameter der Beta- und Pearson-III-Verteilung wurden auf Basis der vorhandenen Niederschlagshöhen ermittelt.

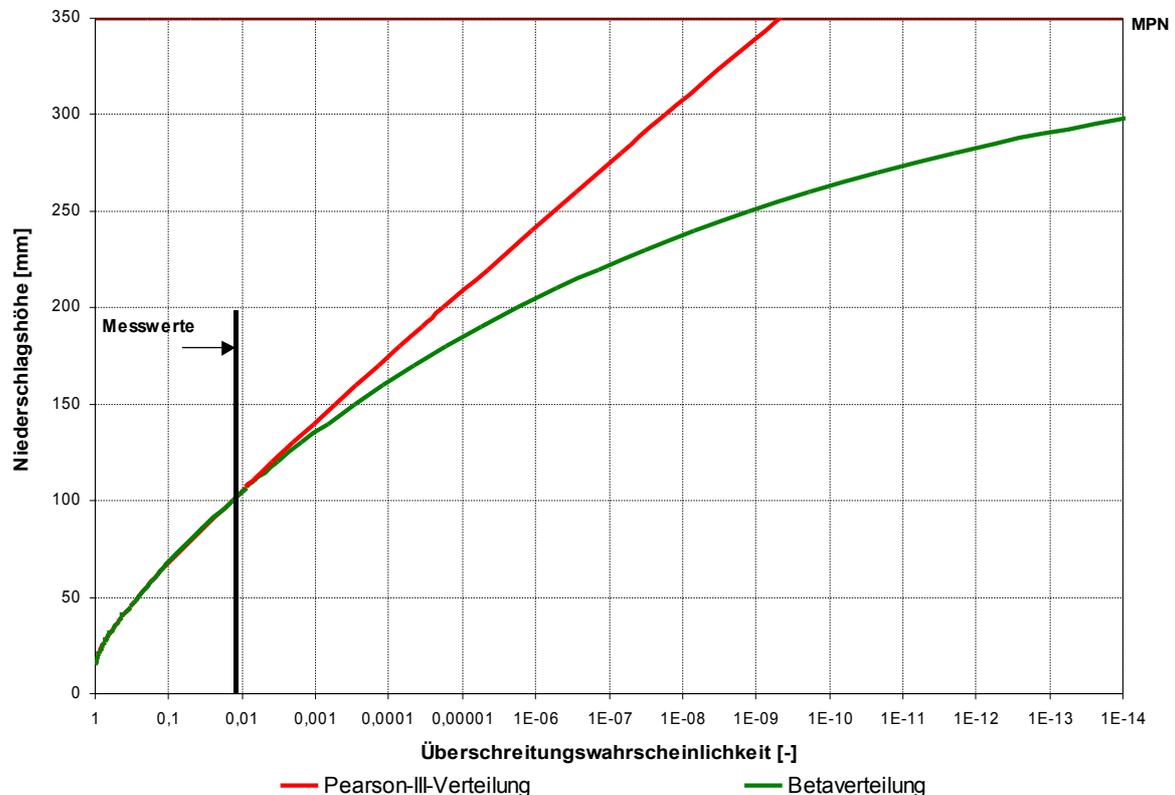


Abbildung 5: Vergleich zwischen Beta- und Pearson-III-Verteilung am Beispiel Potsdam, Dauerstufe 24h

Aus allen untersuchten Zeitreihen geht hervor, dass beide Funktionen bis zu einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von $P_u = 0,01$ etwa den gleichen Verlauf haben, sich im Extrapolationsbereich jedoch in verschiedene Richtungen entwickeln. Die Beta-Verteilung wird mit abnehmender Überschreitungswahrscheinlichkeit flacher und nähert sich dem MPN als Grenzwert asymptotisch an. Im Gegensatz dazu ist die Pearson-III-Verteilung steiler und schneidet den MPN sogar.

Wie in Abbildung 5 am Beispiel Hamburg zu sehen ist, erreicht die Pearson-III-Verteilung hier den MPN bei einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von $P_u = 10^{-9}$.

Da der MPN aber die obere Grenze des physikalisch Möglichen darstellt und somit nie erreicht bzw. überschritten werden kann, ist die Pearson-III-Verteilung also nicht geeignet, Aussagen über Niederschlagshöhen mit Wiederkehrzeiten von 1.000 bzw. 10.000 Jahren zu machen.

5.5 Sensitivitätsanalyse der beiden Verteilungen

Angesichts der extremen Niederschläge in Zusammenhang mit dem Elbehochwasser vom August 2002 ist es nötig, neben einem direkten Vergleich beider Verteilungen im Extrapolationsbereich zu ermitteln, wie empfindlich die beiden Funktionen auf extreme Einzelwerte in der Messreihe reagieren.

Um dies zu ergründen, wurde als erstes am Beispiel der Zeitreihe von Jena der Höchstwert der Messreihe von 110 mm nicht berücksichtigt. Der zweithöchste Wert von 68,6 mm wird also folglich zum Größtwert. Somit ist der Höchstwert der reduzierten Zeitreihe um 41,4 mm kleiner als bei der vollständigen.

Wie in Abbildung 6 zu erkennen ist, reagiert die Pearson-III-Verteilung äußerst empfindlich auf einen Extremwert in der zugrunde liegenden Zeitreihe. Die Betaverteilung hingegen gleicht solche Extremwerte gut aus. Man sieht, dass bei $P_{\bar{u}} = 1 \cdot 10^{-14}$ zwischen den Pearson-III-Kurven aus der kompletten und reduzierten Zeitreihe 165 mm Niederschlagshöhe liegen, bei der Betaverteilung hingegen beträgt der Unterschied nur 24 mm.

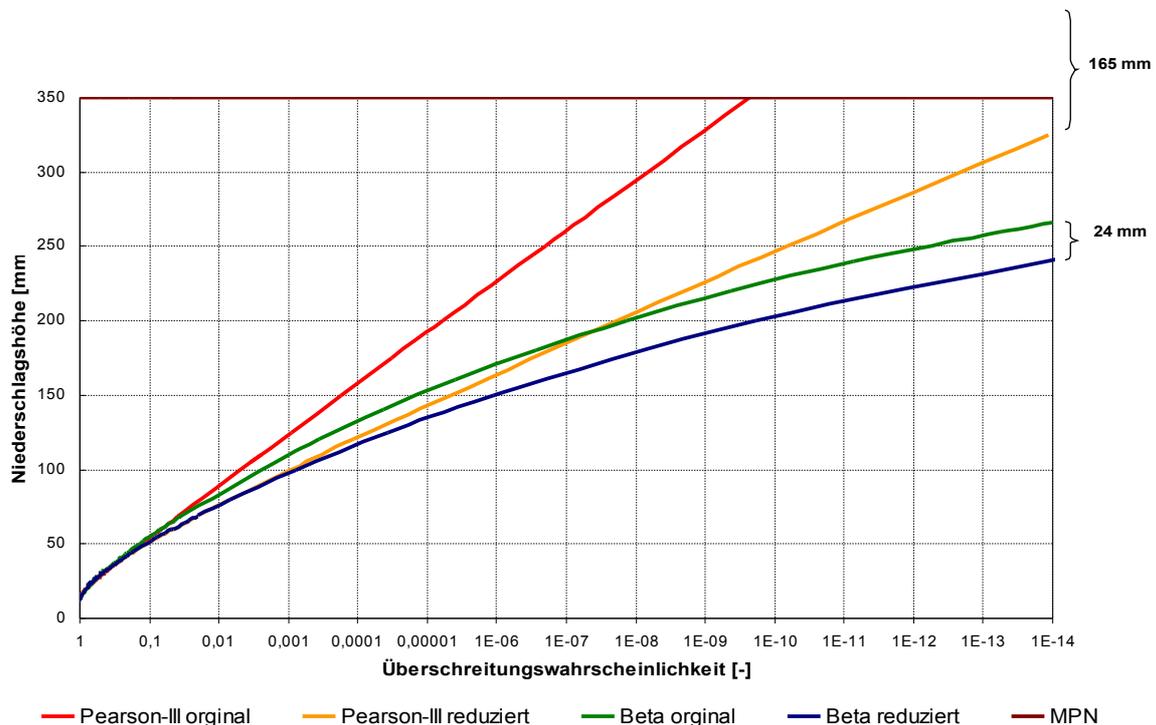


Abbildung 6: Vergleich von Pearson-III- und Betaverteilung mit originaler und reduzierter Messreihe am Beispiel Jena, Dauerstufe 24h

Wenn man nun desweiteren die gefallene Niederschlagshöhe von Zinnwald-Georgenfeld vom 12. August 2002 von 312 mm in die vorhandene Zeitreihe von Jena einfügt, erweitert

man damit die Zeitreihe um einen neuen Größtwert. Somit ist der Höchstwert der erweiterten Zeitreihe um 202 mm größer als bei der Originalreihe.

Auch an diesem Beispiel ist in Abbildung 7 zu erkennen, dass die Pearson-III-Verteilung sehr stark auf den Extremwert reagiert und den MPN schon weit früher als die Originalkurve bei $P_{\bar{u}} < 0,001$ ($\equiv 1000$ Jahre) schneidet. Die Beta-Verteilung hingegen kann durch den als oberen Grenzwert in der Formel integrierten MPN diesen Extremwert gut ausgleichen. Diese Ergebnisse zeigen aber auch, dass sehr extreme Werte, die sicherlich eine Wiederkehrzeit haben, die wesentlich größer ist als die Länge der Zeitreihe, nicht wie normale Stichprobenwerte berücksichtigt werden dürfen.

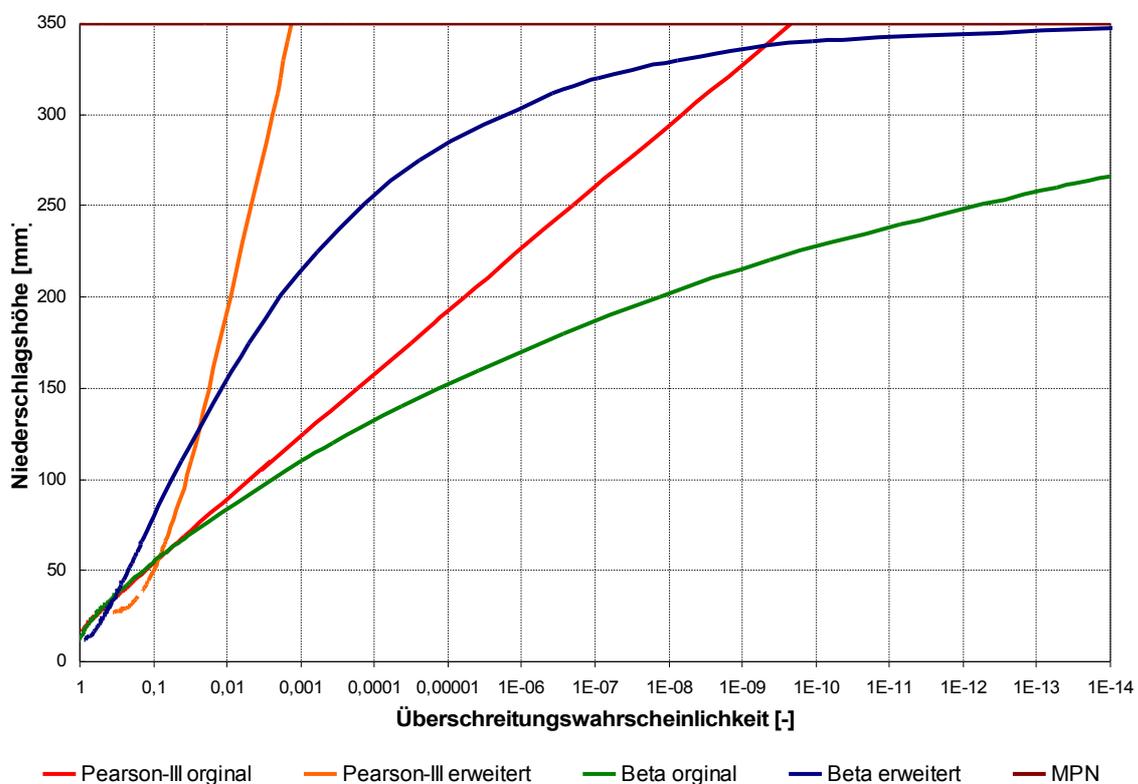


Abbildung 7: Vergleich von Pearson-III- und Beta-Verteilung mit originaler und erweiterter Messreihe am Beispiel Jena, Dauerstufe 24h

Aus dieser Sensitivitätsanalyse der Pearson-III- und Beta-Verteilung ist also deutlich zu erkennen, dass die Beta-Verteilung besser geeignet ist, selten auftretende extreme Niederschlagsereignisse in ihren Verlauf zu integrieren bzw. bei „Ausreißen“ in Zeitreihen nicht extrem andere Verläufe anzunehmen. Die Unsicherheitsbandbreite ist somit wesentlich kleiner als bei der Pearson-III-Verteilung, sodass sie für die vorgesehene systematische flächendeckende Anwendung besser geeignet ist. Mögliche Abweichungen bei kurzen Zeitreihen fallen dann nicht so ins Gewicht. Bei Verwendung der Pearson-III-Verteilung bestünde somit die Gefahr, dass man schon bei geringeren Extremereignissen auf viel zu kleine, nicht realitätsnahe Überschreitungswahrscheinlichkeiten käme.

5.6 Ergebnis aus dem Vergleich verschiedener Verteilungsfunktionen

Aus allen untersuchten Zeitreihen geht hervor, dass sowohl die Beta- als auch die Pearson-III-Verteilung bis zu einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von $P_u = 0,01$ etwa den gleichen Verlauf haben, sich im Extrapolationsbereich jedoch in verschiedene Richtungen entwickeln. Die Beta-Verteilung wird mit abnehmender Überschreitungswahrscheinlichkeit flacher und nähert sich dem MPN als Grenzwert asymptotisch an. Im Gegensatz dazu ist die Pearson-III-Verteilung steiler und schneidet den MPN sogar. Da der MPN aber die obere Grenze des physikalisch Möglichen darstellt und somit nie erreicht bzw. überschritten werden kann, ist die Pearson-III-Verteilung also nicht geeignet, Aussagen über Niederschlagshöhen mit Wiederkehrzeiten von 1.000 bzw. 10.000 Jahren zu machen.

Aus der Sensitivitätsanalyse der beiden Verteilungen ist dieses ebenfalls hervorgegangen, da die Pearson-III-Verteilung äußerst empfindlich auf einen Extremwert in der zugrunde liegenden Zeitreihe reagiert, die Beta-Verteilung hingegen selten auftretende extreme Niederschlagsereignisse in ihren Verlauf integrieren kann bzw. bei „Ausreißern“ in Zeitreihen nicht extrem andere Verläufe annimmt.

Deshalb wird im weiteren die Beta-Verteilung als Verteilungsfunktion zur Abbildung der Niederschlagshöhen und zur Abschätzung der höheren Überschreitungswahrscheinlichkeiten benutzt, um mit ihr über systematische Bearbeitung, Test und Anwendung verschiedener Ansätze zur Gewinnung einer flächendeckenden Festlegung extremer Niederschlagswerte zu gelangen.

6. Entwicklung allgemeiner Zusammenhänge aus der Betaverteilung

Aus den vorangegangenen Untersuchungen ist hervor gegangen, dass die Betaverteilung von allen untersuchten Funktionen am besten geeignet ist, für praxisrelevante Extremwerte des Niederschlags Aussagen über deren Wiederkehrzeiten bzw. Überschreitungswahrscheinlichkeiten zu machen.

Das Ziel war es nun, eine systematische Beziehung in Abhängigkeit der statistischen Niederschlagshöhe hervor zu bringen, um einer Verallgemeinerung und dem Transfer auf Ortspunkte, für die keine Messwerte, sondern nur die KOSTRA-Daten zur Verfügung stehen, näher zu kommen und eine vertretbare Methode der Extrapolation aus einzelnen Beobachtungsreihen für möglichst die gesamte Fläche Deutschlands zu entwickeln.

Deswegen wurde untersucht, ob ein allgemeiner Zusammenhang zwischen den KOSTRA bzw. MPN-Werten und

- den Parametern r und s der Betaverteilung
- den Niederschlagshöhen, die aus den Betaverteilungen für die Einzelstationen gewonnen wurden

abgeleitet werden kann.

6.1 Die Parameter r und s der Betaverteilung

In zahlreichen Untersuchungen wurde versucht einen Zusammenhang zwischen den Parametern r und s und $KOSTRA_{100}$ und l oder MPN zu ermitteln. Leider war die Ableitung einer allgemeinen Beziehung aus diesen Untersuchungen nicht möglich, da die Parameter r und s nicht unabhängig voneinander sind, sondern sich gegenseitig beeinflussen. Die zugrunde liegenden Messreihen der einzelnen Stationen sind immer zufällig, wodurch sich unterschiedliche Mittelwerte, Varianzen und untere Grenzen ergeben. Der MPN, der die obere Grenze der Verteilung bildet, ist ebenfalls für jede Station ein anderer. Dadurch ergeben sich jeweils abhängig von der Messreihe unterschiedliche Parameterpaare r und s , die weder mit den KOSTRA-Werten bei $T = 100a$ noch mit dem MPN korrelieren.

6.2 Niederschlagshöhen aus der Betaverteilung

Zur Untersuchung der Zusammenhänge zwischen den aus der Betaverteilung ermittelten Niederschlagshöhen für $T = 100a$, $1.000a$ und $10.000a$ und den KOSTRA-Werten wurden die Verhältnisse der $h_{N,100}$, $h_{N,1.000}$ und $h_{N,10.000}$ -Werte aus der Betaverteilung zu den $KOSTRA_{100}$ -Werten gebildet und für alle Stationen in Abbildung 8 dargestellt.

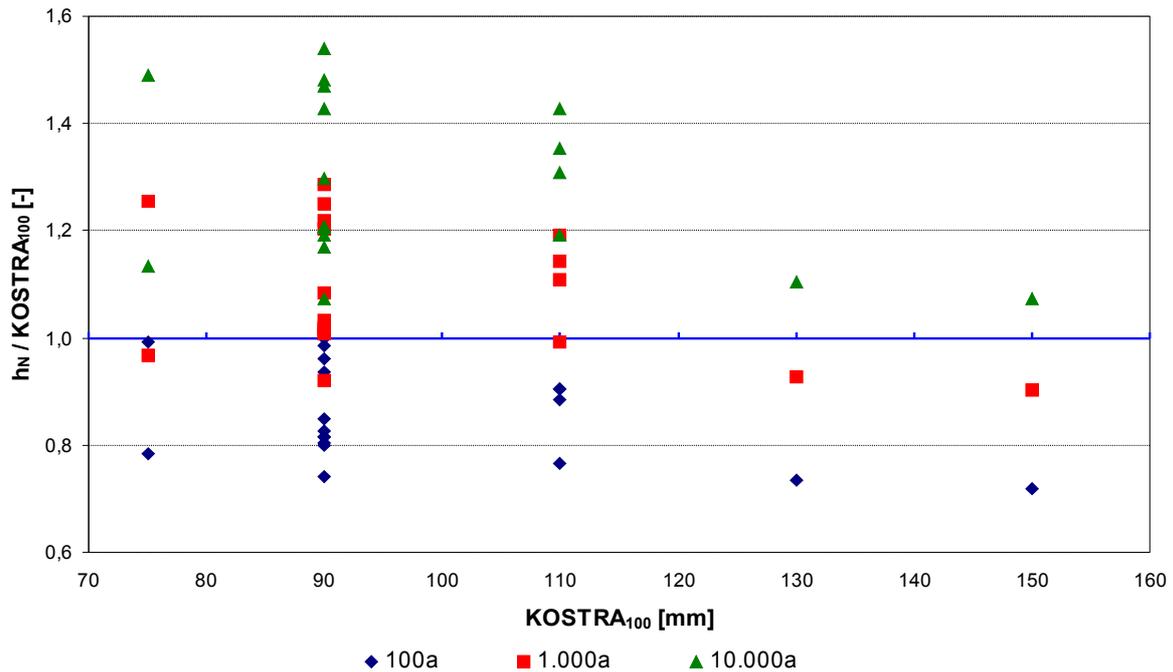


Abbildung 8: Verhältnis der extrapolierten Niederschlagshöhen aus der Betaverteilung zu KOSTRA₁₀₀, Dauerstufe 24h

Es ist deutlich zu erkennen, dass alle Niederschlagshöhen mit einer Wiederkehrzeit von 100a unter KOSTRA₁₀₀ liegen. Dieses ist darauf zurückzuführen, dass für KOSTRA eine andere Datenreihe (1951-80 und nicht die lange Zeitreihe für die Anpassung der Betaverteilung) verwendet wurde, die KOSTRA-Werte durch Regionalisierung entstanden sind und daher nicht die Ergebnisse der Ortsstatistik darstellen müssen. Bis auf eine Ausnahme (eine Station mit einem extrem hohen Maximalwert) liegen die Betaverteilungen stets unter den KOSTRA-Verteilungen.

Abbildung 8 zeigt auch, dass einige der sich aus den Betaverteilungen ergebenden Niederschlagshöhen für T=1.000a noch unter den KOSTRA₁₀₀-Werten liegen.

Gefordert ist aber, dass alle Niederschlagshöhen über einer Wiederkehrzeit von 100 Jahren größer als die aus KOSTRA für T = 100a sein müssen. Da diese Forderung nicht erfüllt werden kann, ist also auch über die aus der Betaverteilung gewonnenen Niederschlagshöhen keine allgemeine Beziehung zu gewinnen.

Da eine Anhebung der Werte als zu willkürlich erschien, wurde ein anderer Weg beschritten.

6.3 Die Betaverteilung mit einer Datenbasis aus KOSTRA

Wenn man davon ausgeht, dass KOSTRA das Niederschlagsverhalten in seiner Grundgesamtheit zumindestens bis $T=100a$ richtig widerspiegelt, muss es zulässig sein, aus der KOSTRA-Verteilung wieder Stichproben zu generieren. Eine aus KOSTRA erzeugte Datenbasis stellt dann eine Alternative zu den gemessenen Datenreihen dar.

Aus KOSTRA wurde mit Zufallszahlen eine 1.000jährige Datenreihe als Basis für die Berechnung der Betaverteilung erzeugt. Um den prinzipiellen Verlauf einer natürlichen Stichprobe nachzubilden, braucht man wenige Werte mit großer Wiederkehrzeit und viele Werte mit kleinen Wiederkehrzeiten. Dieses wird erreicht durch Verwendung gleichverteilter Zufallszahlen zwischen 0 und 1, die dann als Überschreitungswahrscheinlichkeiten interpretiert werden. Die künstliche Datenreihe wurde dann aus der KOSTRA-Funktion $h_N(T) = u + w \cdot \ln T$ gewonnen.

Zu der selben Datenreihe kann man auch direkt über die Parameter u und w der KOSTRA-Funktion gelangen, indem man aus ihnen den Mittelwert und die Standardabweichung berechnet. Diese Variablen gehen dann wieder in die Berechnung der Betaverteilung ein.

$$u = h_{N,T=1} \quad w = \frac{(h_{N,T=100} - u)}{\ln 100}$$

$$s_x = 1,2825 * w \quad \bar{x} = u + 0,5772 * w$$

Beide Wege, zum einen über Zufallszahlen und zum anderen über die Parameter u und w , führen zu dem selben Resultat, also zu einem identischen Verlauf der Betaverteilungen. Geschildert werden die Ergebnisse dieser Untersuchung im folgenden am Beispiel der Datenreihe aus den 1.000 Zufallszahlen. Die Betaverteilung, welche sich aus diesen Daten berechnet, wird im folgenden als „Betaverteilung aus KOSTRA-Daten“, die Betaverteilung aus den gemessenen Datenreihen der Stationen als „Betaverteilung aus Messwerten“ bezeichnet.

Aus dem Vergleich der Betaverteilung aus KOSTRA-Daten mit der aus Messwerten wird deutlich, dass durch die Datenbasis aus KOSTRA die Betaverteilung keinen anderen, sondern nur einen höheren Verlauf annimmt. Womit die Anhebung auf den geforderten $KOSTRA_{100}$ -Wert ohne eine rein willkürliche Festlegung erfolgt. Dies ist an folgenden Diagrammen am Beispiel Wyk auf Föhr nachzuvollziehen.

In Abbildung 9 sieht man im Extrapolationsbereich den erhöhten Verlauf der Betaverteilung aus KOSTRA-Daten im Vergleich zur Betaverteilung aus Messwerten.

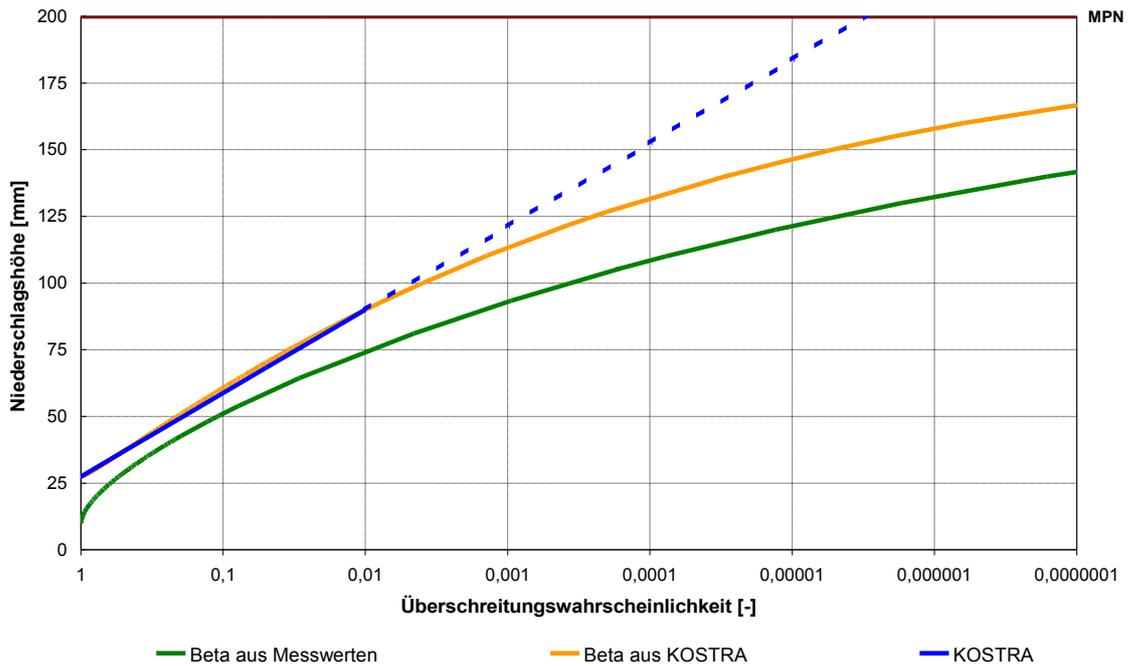


Abbildung 9: Vergleich der Betaverteilung aus Messwerten und aus KOSTRA-Daten mit der KOSTRA-Funktion, Wyk/Föhr, Dauerstufe 24h

In Abbildung 10 sieht man den KOSTRA₁₀₀-Punkt nochmals deutlich hervorgehoben. Man kann erkennen, dass die Betaverteilung aus der 1.000jährigen KOSTRA-Reihe fast genau durch den KOSTRA₁₀₀-Punkt verläuft.

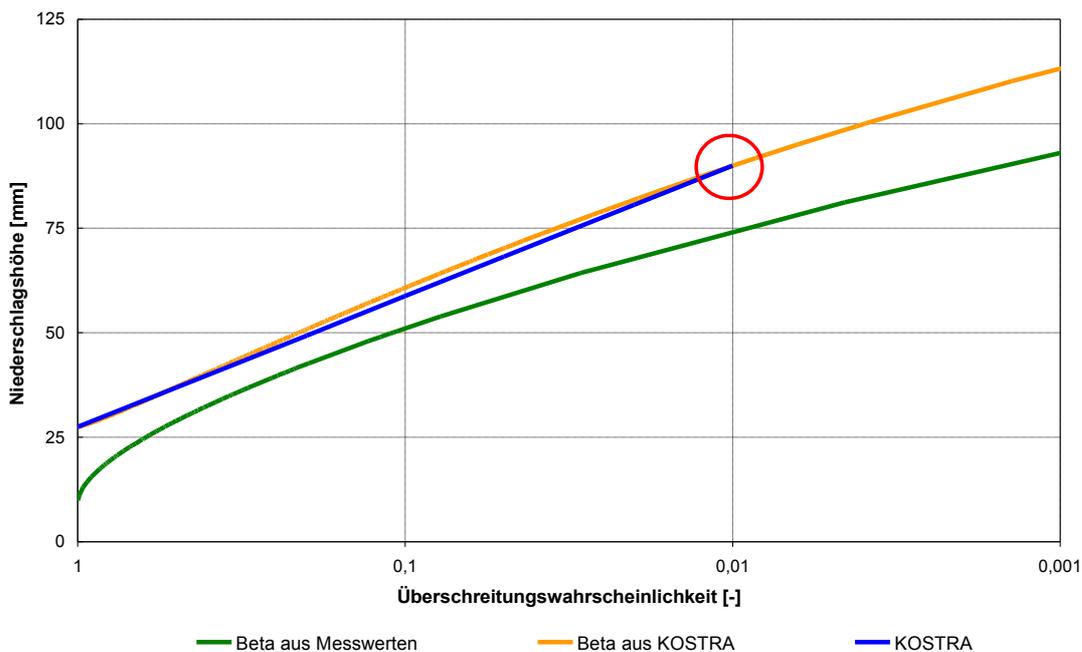


Abbildung 10: Vergleich der Betaverteilung aus Messwerten und aus KOSTRA-Daten mit der KOSTRA-Funktion bei KOSTRA₁₀₀, Wyk/Föhr, Dauerstufe 24h

Dass die Niederschlagshöhe aus der Betaverteilung gleich der $KOSTRA_{100}$ -Niederschlagshöhe ist, ist zwar nicht bei allen untersuchten Stationen der Fall, aber sie nähert sich sehr gut an. Dies lässt sich anhand der Zusammenstellung aller Stationen in nachfolgendem Diagramm für die Wiederkehrzeit $T = 100a$ gut nachzuvollziehen. Hier wurden die aus der Betaverteilung mit unterschiedlicher Datenbasis (aus den Messwerten der Stations-Zeitreihen und aus der KOSTRA-Funktion) ermittelten Niederschlagshöhen ins Verhältnis zu der $KOSTRA_{100}$ -Niederschlagshöhe gesetzt.

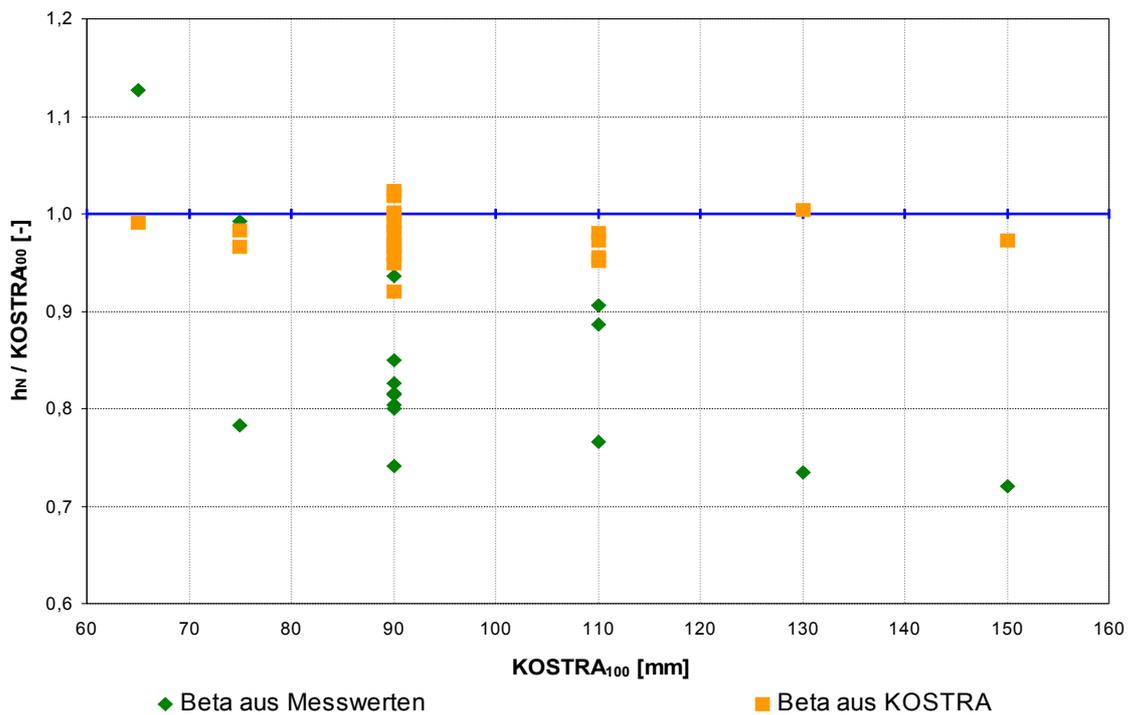


Abbildung 11: Vergleich der Betaverteilung aus Messwerten und aus KOSTRA-Daten, Dauerstufe 24h, Wiederkehrzeit **100a**

Anhand der Abbildung 12 für die Wiederkehrzeit $T = 1.000a$ ist gut zu erkennen, dass die Niederschlagshöhen aus der Betaverteilung mit der KOSTRA-Datenbasis im Gegensatz zu denen aus den Messwerten jetzt deutlich über $KOSTRA_{100}$ liegen.

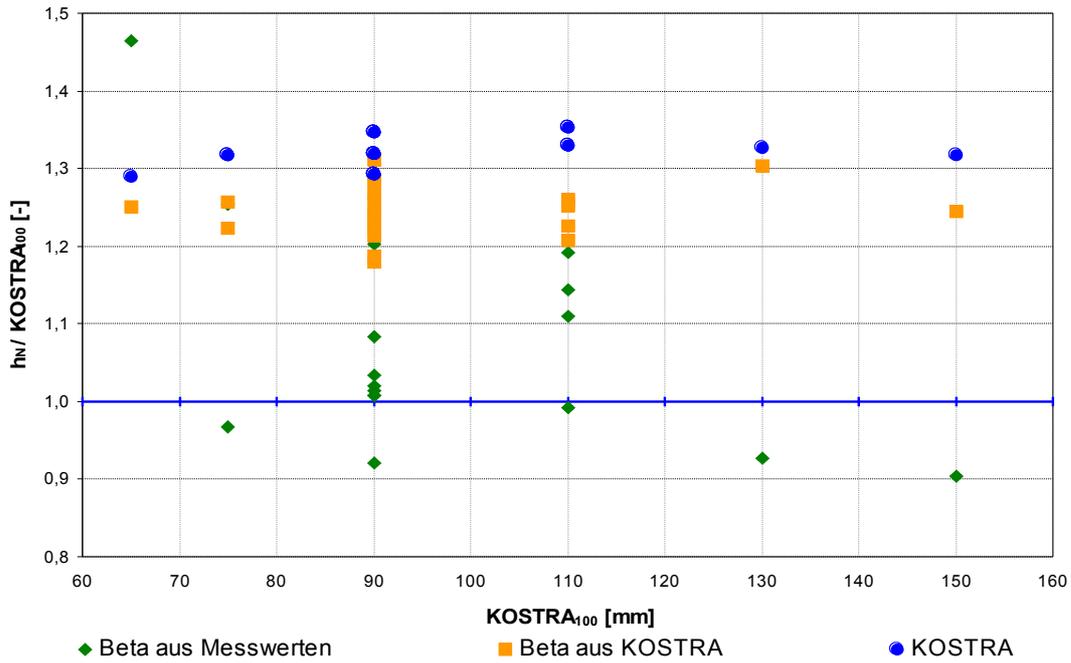


Abbildung 12: Vergleich der Betaverteilung aus Messwerten und aus KOSTRA-Daten, Dauerstufe 24h, Wiederkehrzeit **1.000a**

Bei einer Wiederkehrzeit von 10.000a in Abbildung 13 zeigt sich prinzipiell der gleiche Verlauf wie bei 1.000a.

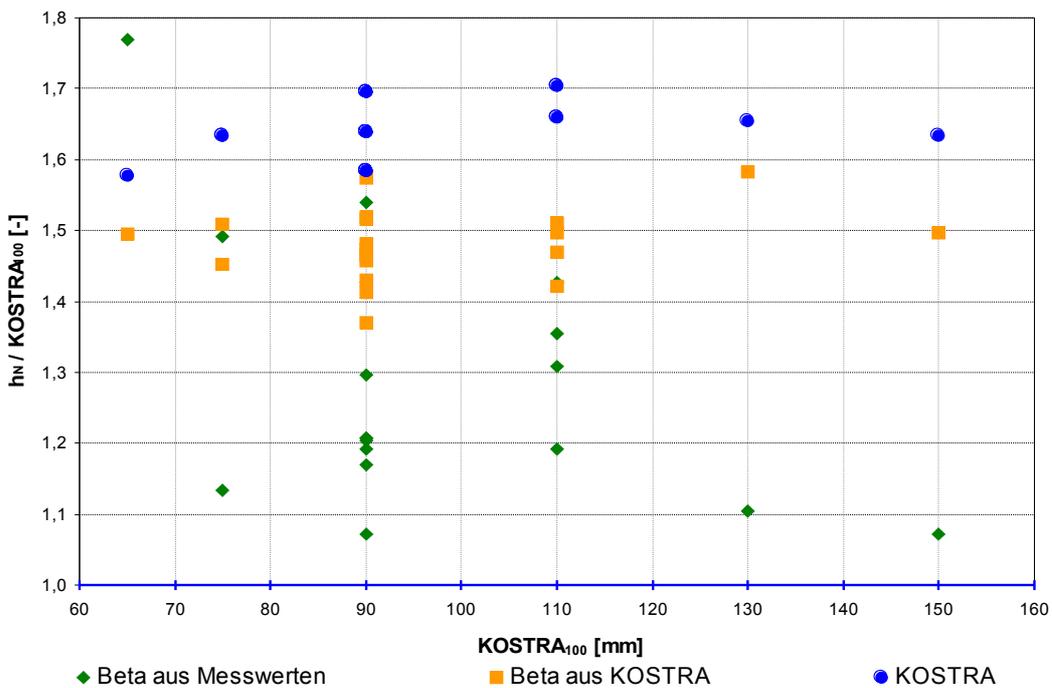


Abbildung 13: Vergleich der Betaverteilung aus Messwerten und aus KOSTRA-Daten, Dauerstufe 24h, Wiederkehrzeit **10.000a**

Die Betaverteilung aus KOSTRA-Daten liegt also über der aus Messwerten. Durch eine Datenbasis aus der KOSTRA-Funktion für die Betaverteilung kann auch die Forderung, dass alle Niederschlagshöhen aus der Verteilung mit einer Wiederkehrzeit größer 100a größer dem $KOSTRA_{100}$ -Wert sein müssen, besser erfüllt werden als bei Verwendung der Messwerte. Dass sich eine Betaverteilung aus KOSTRA-Daten besser an die KOSTRA-Funktion anpasst, ist verständlich, da beide der gleichen Datenbasis entstammen. Außerdem ist die bessere Anpassung der Betaverteilung aus KOSTRA-Daten an $KOSTRA_{100}$ im Vergleich zu der aus Messwerten dadurch zu erklären, dass es sich bei KOSTRA um statistische Niederschlagshöhen handelt, welche besser der angenommenen Grundgesamtheit entsprechen als die Messwerte. Bei Messwerten spielen der Messzeitraum, die Wartung des Gerätes und die Genauigkeit der Aufzeichnungen sowie die Zufälligkeit des Auftretens seltener Werte eine entscheidende Rolle, wodurch sie auch weniger der Grundgesamtheit entsprechen können als schon statistisch aufbereitete und regionalisierte Werte.

Die Niederschlagshöhen der Wiederkehrzeiten 1.000a und 10.000a könnten also aus der Betaverteilung bei Verwendung einer KOSTRA-Datenbasis ermittelt werden. Für eine flächendeckende Festlegung der Betaverteilungen müssten deren Parameter aus den KOSTRA-Werten und einem oberen und unteren Grenzwert ermittelt werden.

6.4 Fazit aus der Verwendung der Betaverteilung

Bei Anwendung der Betaverteilung werden die Grenzen der Statistik bzw. der Verteilungsfunktionen deutlich. Die Parameter der Verteilung und damit ihr Verlauf werden durch die Daten im unteren Bereich der Verteilung und der Festlegung der unteren Grenze bestimmt. Die Datengrundlage der Untersuchungen wird von Zeitreihen mit einer Länge von maximal 124 Jahren gebildet, die daraus abgeleiteten Verteilungsfunktionen sollen gültige Werte für 1.000 und 10.000 Jahre liefern.

Obwohl diese Problematik schon seit längerem bekannt ist, wird sie in der Regel doch ignoriert.

Die intensive Suche nach der besten Verteilungsfunktion und den besten mathematischen Verfahren zur Schätzung der Parameter dominiert das Problem der Schätzung von Wiederkehrzeiten extremer hydrologischer Ereignisse. Dabei ist sie nur von untergeordneter Bedeutung gegenüber anderen wichtigen Belangen, wie z.B. dem hydrologischen Informationsgehalt der Daten und der praktischen, entscheidungs-orientierten (im Gegensatz zur theoretisch statistischen) Zielsetzung derartiger Analysen (Klemeš, 1993). Die Form der Verteilungsfunktion ist nicht bekannt, und jede Annahme, dass die Grundgesamtheit einer bestimmten Verteilung folgt, ist willkürlich. Der Teil der Verteilungsfunktion, der wirklich interessiert, ist weit von dem Bereich entfernt ist, für den Daten einige Informationen liefern. Dieses Problem kann nicht durch mathematische Geschicklichkeit überwunden werden (Moran, 1957).

Vor diesem Hintergrund wurde ausgiebig diskutiert, inwieweit die Betaverteilung – oder irgendeine andere angenommene Verteilung – die geforderten Aussagen mit einiger Verlässlichkeit liefern kann. Die aus der Erfahrung heraus gewonnene Einschätzung, ob die mit der Betaverteilung ermittelten Niederschlagshöhen für $T=1.000a$ und $T=10.000a$ „zu hoch“ oder „zu klein“ sind, kann durchaus mehr Gewicht haben als eine mathematisch-statistisch „richtige“ Vorgehensweise. Hinzu kommt, dass durch die extremen Regenfälle im August 2002 in Sachsen Werte vorliegen, deren Wiederkehrzeit auch jenseits von $T=10.000a$ liegen kann. Bei Niederschlagshöhen mit $T=1.000a$ und $T=10.000a$ handelt es sich eben nicht um Werte, die jenseits des Denkbaren liegen, sondern die morgen schon erreicht oder überschritten werden können, wenn auch mit einer sehr geringen Wahrscheinlichkeit.

Auf der Basis aller vorliegenden Erkenntnisse aus diesem Projekt sowie aus KOSTRA und MGN wurde in den Diskussionen deshalb ein mehr pragmatisch orientierter Weg entwickelt, der trotzdem systematisch und damit objektiv nachvollziehbar ist. Das daraus abgeleitete Verfahren zur Festlegung der seltenen Niederschlagshöhen und die Einordnung dieser Werte in den KOSTRA- und MPN-Wertebereich sind nachfolgend dargestellt.

7. Verfahren zur Bestimmung von Niederschlagshöhen für die Wiederkehrzeiten 1.000a und 10.000a

Die verschiedenen Untersuchungen mit der Betaverteilung zeigten deutlich, dass in dem Bereich der Wiederkehrzeiten bis $T = 10.000a$ sich die Niederschlagshöhen aus der Betaverteilung und aus der „Extrapolation“ der KOSTRA-Funktion nicht wesentlich unterscheiden. Diese „Extrapolation“ der KOSTRA-Funktion wurde zu Vergleichszwecken durchgeführt, auch wenn die Gültigkeit ausdrücklich auf Wiederkehrzeiten $T \leq 100a$ begrenzt ist.

Nach eingehenden Diskussionen innerhalb der ATV-DVWK-Arbeitsgruppe HW 1.1 „Niederschlag“ und der Beteiligung weiterer Fachleute wurde auf der Basis dieser Erkenntnisse als vereinfachtes Verfahren zur Festlegung der Niederschlagshöhen für $T = 1.000a$ und $T = 10.000a$ vorgeschlagen, diese aus der „Extrapolation“ der KOSTRA-Funktion zu entnehmen.

Für diesen von Sicherheitsaspekten und praxisorientierten Überlegungen geprägten Vorschlag sprechen folgende Gründe:

- Die sich aus dieser Extrapolation der KOSTRA-Funktion ergebenden Niederschlagshöhen für die Wiederkehrzeiten 1.000a und 10.000a liegen nahe bei denjenigen, die sich aus der Betaverteilung ergeben. Dies kann man anhand der Abbildungen 12 und 13 erkennen. Hier wurden die Niederschlagshöhen der KOSTRA-Verteilung als blaue Punkte eingefügt. Diese liegen sowohl bei einer Wiederkehrzeit von 1.000a als auch bei 10.000a über denen aus den Betaverteilungen.
- Die Grenze der Anwendung für dieses Vorgehen ist bei einer Wiederkehrzeit von 10.000 Jahren bzw. einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von 0,0001 zu setzen.
- Bei den Wiederkehrzeiten 1.000a und 10.000a besteht keine Gefahr, den MPN zu schneiden. Selbst beim „schlechtesten“ Beispiel Wyk auf Föhr liegen zwischen der Niederschlagshöhe bei $T = 10.000a$ und MPN noch 50 mm (Abbildung 14). Die zum Vergleich eingetragene Betaverteilung wurde aus den Messwerten der Stationsreihe gewonnenen.

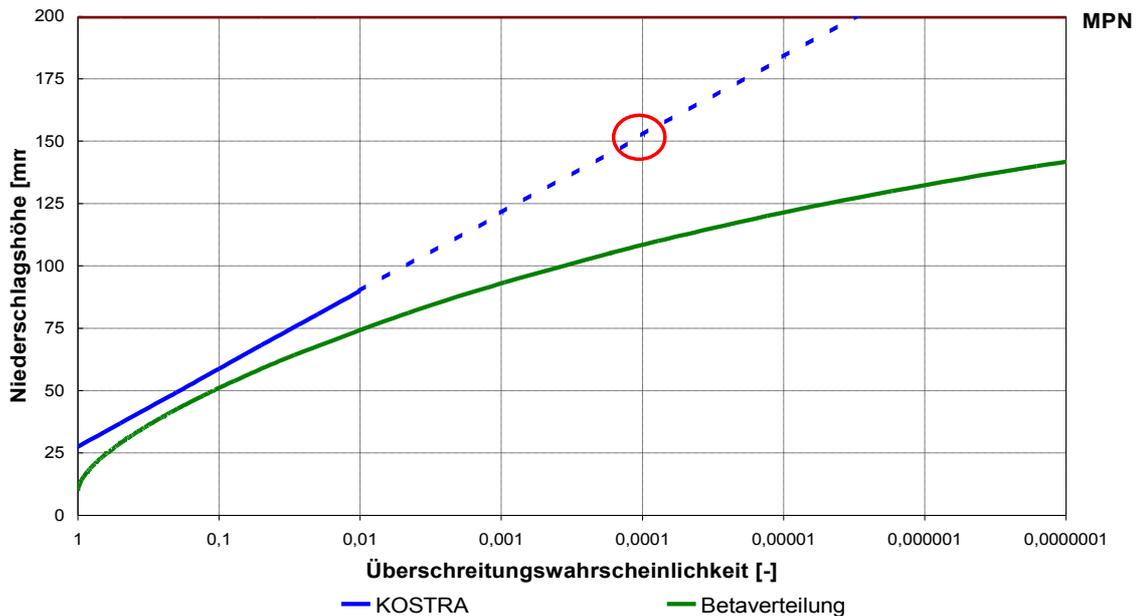


Abbildung 14: Vergleich von KOSTRA-Funktion und Betaverteilung aus Messwerten, Wyk/Föhr, Dauerstufe 24h

- Bei einer Ermittlung der extremen Niederschlagshöhen für $T = 1.000$ und $T = 10.000a$ aus der KOSTRA-Extrapolation liegt man auf der „sicheren Seite“.
- Die Verwendung der KOSTRA-Extrapolation ist gegenüber der Betaverteilung mit weniger Aufwand bezüglich einer flächendeckenden Anwendung verbunden. Ferner kann bei Verwendung der KOSTRA-Extrapolation auf die Einbeziehung des MPN in ein Berechnungsverfahren verzichtet werden.
- Die Niederschlagshöhen für die Wiederkehrzeiten 1.000a und 10.000a lassen sich aus der Datenbasis von KOSTRA berechnen und könnten im Rahmen einer Erweiterung von KOSTRA-DWD relativ einfach als Karten dargestellt werden.

Die nach dieser Vorgehensweise ermittelten Niederschlagshöhen für $T = 1.000a$ und $T = 10.000a$ werden nachfolgend als PEN-Werte bezeichnet.

8. Einordnung der PEN-Werte

Um die Ergebnisse dieses Verfahrens in ein Verhältnis zu den Projekten KOSTRA und MGN zu setzen, wurden die gemessenen Höchstniederschläge der Zeitreihen in den von PEN umspannten Bereich eingetragen.

Dazu wurden die höchsten gemessenen Niederschläge und die aus PEN ermittelten 1.000- und 10.000jährigen Niederschlagshöhen ins Verhältnis zu $KOSTRA_{100}$ gesetzt und in Abbildung 15 dargestellt. Auf der x-Achse wurden anstatt der $KOSTRA_{100}$ -Werte die Ortspunkte aufgetragen. Die dargestellten PEN-Bereiche basieren auf der Klasseneinteilung für die Dauerstufe 24h, wie sie in Abbildung 20 (Kap. 9) dargestellt ist.

Um zu zeigen, wie ein extremes meteorologisches Ereignis in die Ergebnisse passt, wurde die am 12. August 2002 in Zinnwald-Georgenfeld mit 312mm in 24h gemessene Niederschlagshöhe ebenfalls in der Abbildung 15 dargestellt.

Wegen der Übersichtlichkeit wurde zusätzlich eine zweiten Abbildung (Abb. 16) zur Darstellung des Verhältnisses $MPN / KOSTRA_{100}$ eingefügt.

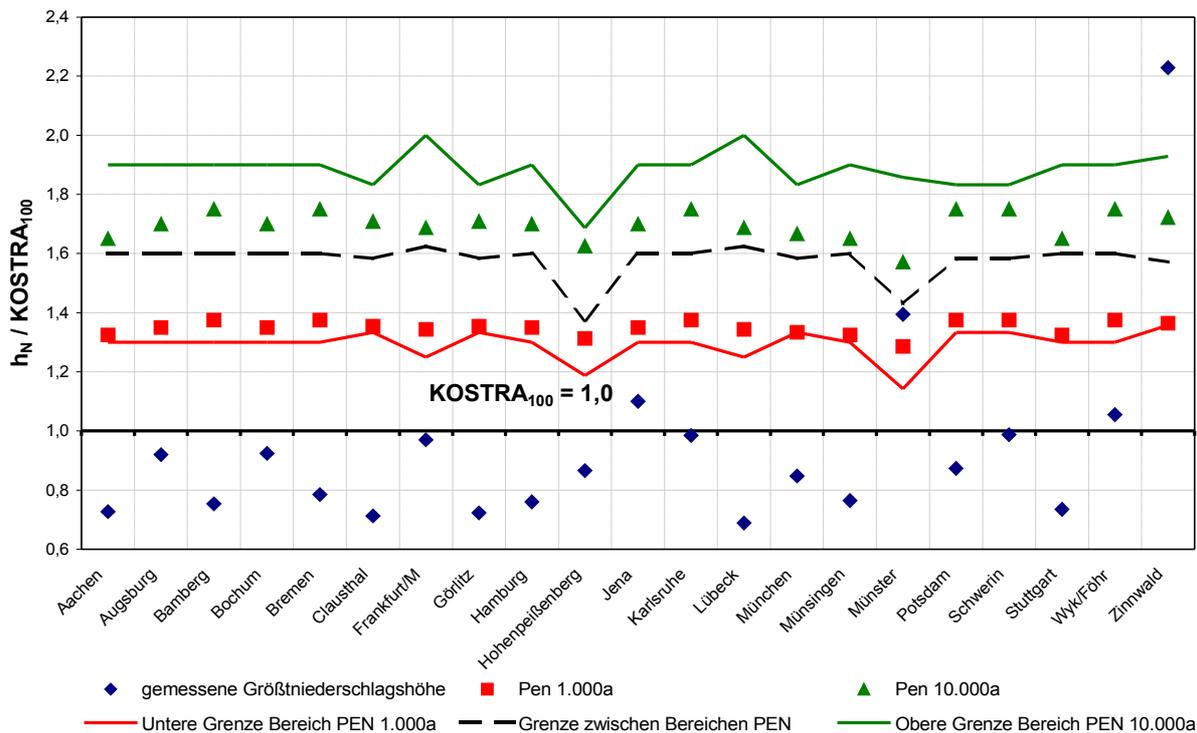


Abbildung 15: Vergleich von gemessenem Höchstniederschlag, PEN 1.000a und 10.000a zu $KOSTRA_{100}$, Dauerstufe 24h

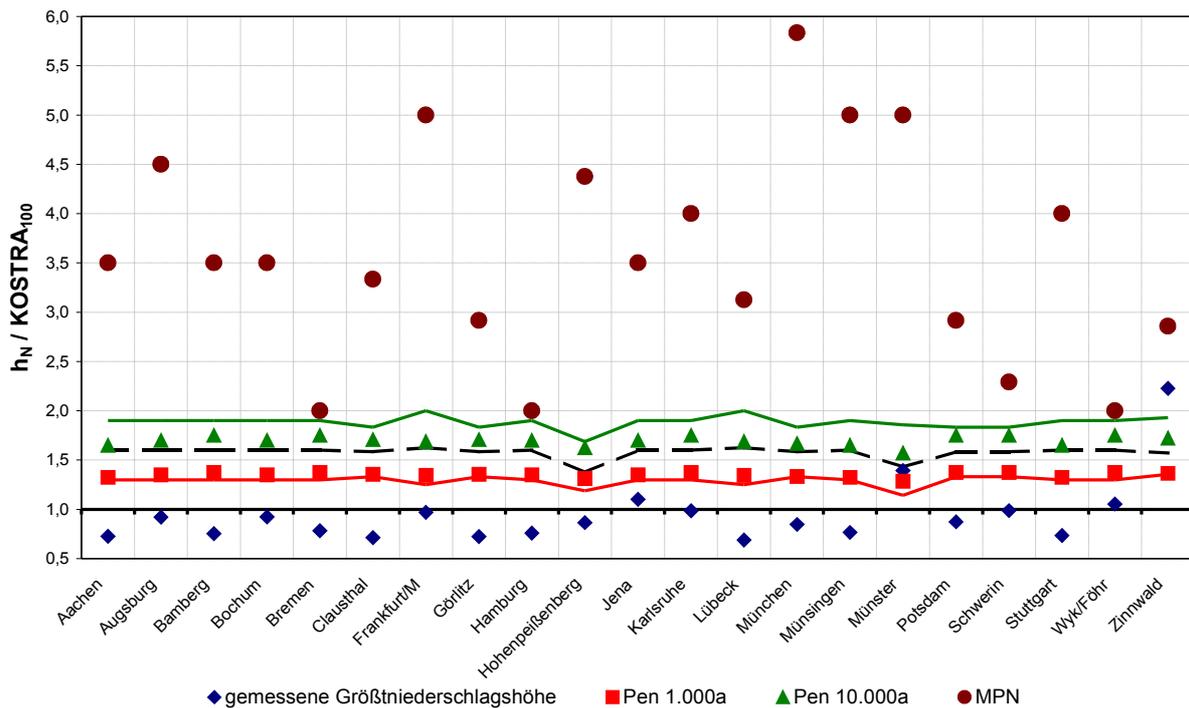


Abbildung 16: Vergleich von gemessenem Höchstniederschlag, PEN 1.000a und 10.000a und MPN zu KOSTRA₁₀₀, Dauerstufe 24h

Aus Abbildung 15 ist deutlich zu erkennen, dass die meisten gemessenen Größtniederschläge um 1,0 also bei KOSTRA₁₀₀ liegen und somit eine Wiederkehrzeit von ≈ 100 Jahren haben. Einzig die Messreihe von Münster weist eine gemessene Höchstniederschlagshöhe mit einer Wiederkehrzeit zwischen 1.000a und 10.000a also im PEN-Bereich auf.

Nach den Ergebnissen von PEN hat das Regenereignis vom 12. August 2002 von Zinnwald-Georgenfeld eine Wiederkehrzeit von größer 10.000a. Die Tatsache, dass dieses Ereignis nicht in den Bereich der PEN-Werte fällt, bedeutet keineswegs, dass die PEN-Werte zu gering sind. Auch Niederschlagshöhen mit großen Wiederkehrzeiten von $T = 1.000a$ und $T = 10.000a$ können überschritten werden, wenn auch die Wahrscheinlichkeit dafür sehr gering ist, denn sonst müsste ein Ereignis wie das von Zinnwald ja schon an anderen Orten einmal aufgetreten sein.

Es muss aber stets auch hinterfragt werden, ob die mehr statistisch-orientierte Betrachtung den eventuell vorhandenen meteorologischen Besonderheiten ausreichend Rechnung trägt.

Aus einem Bericht des Deutschen Wetterdienstes (DWD, 2002) zu den Starkniederschlägen in Sachsen im August 2002 geht hervor, dass es sich bei dieser Wetterlage um ein klimatologisch am häufigsten im Frühjahr und Herbst auftretendes Vb-Tief handelte, welches im Sommer gravierende Folgen haben kann. Ursache für die überdurchschnittlichen Niederschläge war die Tatsache, dass diese Tiefs südlich der Alpen meist feuchte Warmluft aus der Mittelmeerregion in ihre Zirkulation einbeziehen und im weiteren Verlauf nach

Norden transportieren, wo durch Hebungsvorgänge der in der Luft enthaltene Wasserdampf kondensiert und als Niederschlag ausfällt.

Extremwerte, wie die 24-stündige Niederschlagssumme von 312 mm in Zinnwald, kamen vor allem dadurch zustande, dass die Mittelgebirge im Osten Deutschlands sowie in Bayern und Tschechien sehr rasch auf die Westflanke des Tiefs gerieten. Dort kam eine kräftige Nordwestströmung auf, wobei die um das Tief herumgeführte feuchte Luft zusätzlich gegen die Nordhänge der Gebirge gedrückt wurde, und das über einen Zeitraum von mehr als 24 Stunden. Die feuchten Luftmassen wurden so gezwungen, das Erzgebirge von Norden her zu überqueren. Dabei regneten sie sich komplett aus.

Aus diesem Bericht geht also hervor, dass es sich bei der Wetterlage, welche das Regenereignis vom 12. August 2002 ausgelöst hat, um eine Kombination von meteorologischen Phänomenen handelte. Nur weil dieses Ereignis aufgetreten ist, sollte man nicht daraus schließen, dass es in den Bereich der PEN-Werte fallen müsste. Der Bereich der PEN-Werte erscheint vernünftig gerade im Hinblick auf die noch verbleibenden Möglichkeiten für noch extremere Ereignisse zwischen der oberen Grenze der PEN-Werte und dem MPN. Abbildung 16 zeigt diesen Bereich zwischen den PEN-Werten und dem MPN und macht deutlich, dass der MPN in allen Fällen größer ist als die PEN-Werte, auch wenn die Abstände in Norddeutschland recht gering sind.

Aus dem Vergleich der PEN-Werte mit KOSTRA und MPN geht also deutlich hervor, dass sich die PEN-Werte sinnvoll in die bereits vorhandenen Projekte aus diesem Fachgebiet einfügen.

9. Empfohlene Vorgehensweise zur flächendeckenden Festlegung extremer Niederschlagswerte

Das Vorgehen zur Gewinnung der Niederschlagshöhen für $T = 1.000a$ und $T = 10.000a$ auf Basis der KOSTRA-Funktion wird hier beispielhaft anhand des Ortes Görlitz in Sachsen und der Dauerstufe 24h erklärt.

Schritt 1: Berechnung des u- und w-Wertes

Für die Bestimmung der Parameter der KOSTRA-Funktion für eine vorgegebene Dauerstufe $h_N(T) = u + w \cdot T$ werden folgende Werte verwendet:

- h_N die untere KOSTRA-Bereichsgrenze für $T = 1a$
- h_N die obere KOSTRA-Bereichsgrenze für $T = 100a$

Die Verteilungsfunktion verläuft damit „steiler“ als diejenige der Bereichsgrenzen oder der mittleren Bereichswerte. Da es sich hier um eine Extremwertbetrachtung handelt, ist die Ausschöpfung des KOSTRA-Bereiches auch in Anbetracht der hohen Niederschläge im August 2002 nach fachlichen Diskussionen in der AG „Niederschlag“ berechtigt.

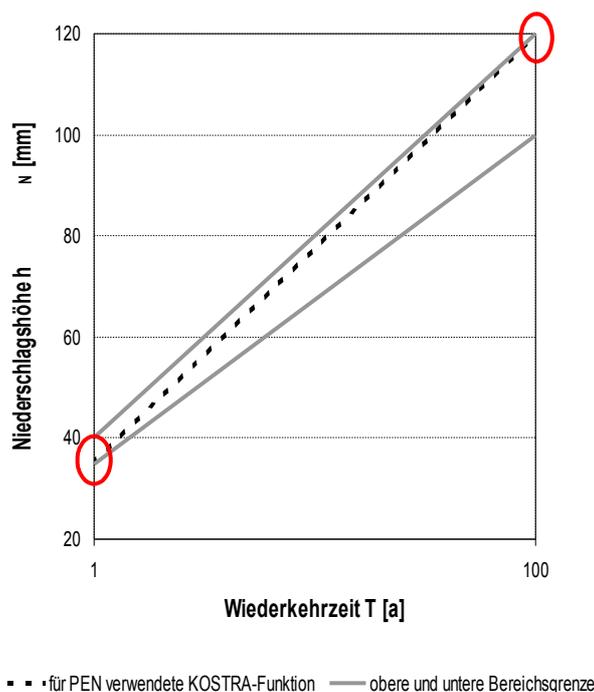


Abbildung 17: Bereichsgrenzen der KOSTRA-Funktion, Ortspunkt Görlitz, $D = 24h$

Der u -Wert entspricht dem unteren Bereichswert der gewählten Dauerstufe und einer Wiederkehrzeit von 1a. Der w -Wert berechnet sich aus dem u -Wert und dem oberen Bereichswert mit der Wiederkehrzeit von 100a.

$$u = h_{N,T=1a} \quad w = \frac{h_{N,T=100a} - u}{\ln 100} \quad [mm]$$

Für das Beispiel Görlitz wird aus der KOSTRA-Karte mit einer Dauerstufe 24h und einer Wiederkehrzeit von $T = 1$ der u -Wert für den Ortspunkt (Spalte 76, Zeile 52) entnommen.

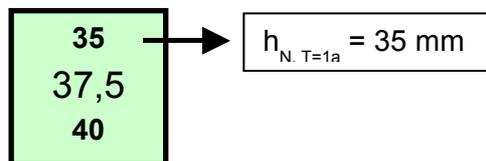


Abbildung 18: KOSTRA-Rasterfeld für den Ortspunkt Görlitz, $D = 24h$, $T = 1a$ [itwh, 2002]

Daraus ergibt sich für u nach obiger Formel zu: $u = h_{N,T=1a} = 35 \text{ mm}$

Den Wert für den Parameter w entnimmt man der KOSTRA-Karte mit einer Dauerstufe 24h und einer Wiederkehrzeit von $T = 100a$ aus dem gleichen Rasterfeld.

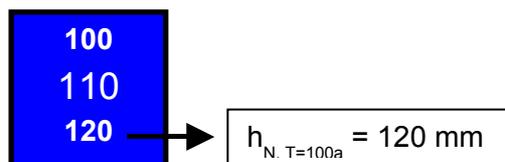


Abbildung 19: KOSTRA-Rasterfeld für den Ortspunkt Görlitz, $D = 24h$, $T = 100a$ [itwh, 2002]

Daraus ergibt sich für w nach obiger Formel zu: $w = \frac{120 - 35}{\ln 100} = 18,5 \text{ mm}$

Schritt 2: Berechnung Niederschlagshöhen für T = 1.000a und 10.000a

Durch Einsetzen der ermittelten u- und w-Werte in die KOSTRA-Funktion erfolgt nun die Berechnung der Niederschlagshöhen für die Wiederkehrzeiten T = 1.000a und T = 10.000a.

$$h_{N,T} = u + w * \ln T \quad [mm]$$

Für das Beispiel Görlitz ergeben sich dann folgende Werte:

$$h_{N,T=1.000a} = 35 + 18,5 * \ln 1000 = 163 \text{ mm}$$

$$h_{N,T=10.000a} = 35 + 18,5 * \ln 10000 = 205 \text{ mm}$$

Schritt 3: Flächenhafte Festlegung

Die Berechnung kann nach den Schritten 1 und 2 für jeden beliebigen Ortspunkt aus KOSTRA ermittelt werden. Für eine flächendeckende Festlegung der Werte empfiehlt es sich aber, um nicht eine nicht vorhandene Genauigkeit vorzutäuschen, die berechneten Niederschlagshöhen in Klassen einzuteilen. Eine entsprechende Klassenabstufung ist nach den gleichen Grundsätzen festgelegt worden, die schon bei KOSTRA zur Anwendung kamen. Für das Beispiel Dauerstufe 24h ergibt sie sich folgendermaßen:

	: 60 - 80 mm
	: 80 - 100 mm
	: 100 - 130 mm
	: 130 - 160 mm
	: 160 - 190 mm
	: 190 - 220 mm
	: 220 - 270 mm
	: 270 - 350 mm
	: 350 - 430 mm

Abbildung 20: Klasseneinteilung für PEN, Dauerstufe 24h

Für das Beispiel Görlitz fällt die Niederschlagshöhe für $T = 1.000a$ mit berechneten 163 mm in die Klasse 160 – 190 mm und $h_{N, T=10.000a} = 205$ mm in die Klasse 190 – 220 mm.

Bei Berechnung der Niederschlagshöhen für eine Region wird vor der Einteilung in die obigen Klassen noch ein Ausgleich über die Fläche vorgenommen. Die Glättung ist sinnvoll, weil aus meteorologischer Sicht die regionale Differenzierung der Niederschlagscharakteristik im Bereich $T \leq 100a$ für die extremen PEN-Werte sicher nicht zutreffend ist. Kleinräumige klimatische und orographische Einflüsse sind für die PEN-Werte von untergeordneter Bedeutung.

Der Ausgleich über die Fläche wird mit Hilfe eines Glättungsalgorithmus auf Basis des Median erreicht. Der Median, oder das 50%-Quantil, einer Reihe von Zahlen ist per Definition die Zahl, welche die geordnete Reihe der Werte in zwei gleich große Teile teilt. Liegt eine ungerade Anzahl von Werten vor, so entspricht der Median dem mittleren Wert der geordneten Reihe. Ist die Anzahl gerade, so wird das arithmetische Mittel der beiden mittleren Zahlen ermittelt.

$$\bar{\chi}_M = \chi_{(k)} \quad \text{mit} \quad k = \frac{n+1}{2} \quad \text{für } n \text{ ungerade}$$

$$\bar{\chi}_M = \frac{\chi_{(k)} + \chi_{(k+1)}}{2} \quad \text{mit} \quad k = \frac{n}{2} \quad \text{für } n \text{ gerade}$$

Der Median wird aus dem betrachteten und den acht angrenzenden Pixeln gebildet. In den Randbereichen gehen nur die Pixel, welche einen Wert haben, in die Berechnung des Median ein. Leere Pixel werden vernachlässigt.

Anhand der Abbildung 21 kann dieser Ausgleich beispielhaft für die Dauerstufe 24h und die Wiederkehrzeit 1.000 Jahre nachvollzogen werden.

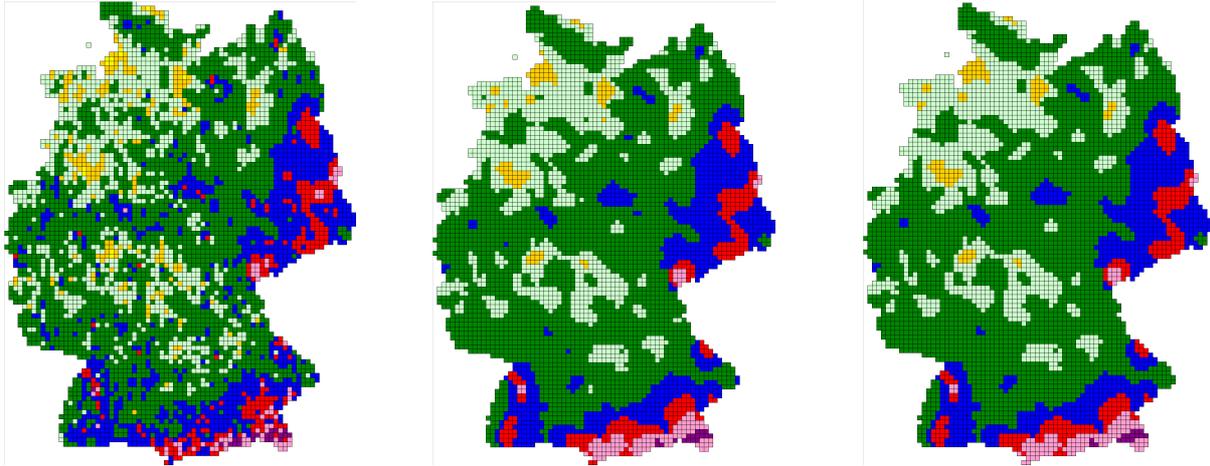


Abbildung 21: Vergleich der berechneten (links), der mit dem Median ausgeglichen (Mitte) und der endgültig ausgeglichenen (rechts) Karte am Beispiel $D = 24h$, $T = 1.000a$

Es ist im mittleren Bild zu erkennen, dass durch den Einsatz der Glättungsfunktion einzelne anders farbige Pixel ihrer Umgebung angepasst werden. Ebenfalls zu erkennen ist, dass auch durch den Median-Ausgleich nicht alle einzelnen andersfarbigen Pixel beseitigt werden konnten, so dass als zweites nochmals mit einem anderen Algorithmus diese Pixel angepasst wurden. Hierbei wurden die Pixel untereinander farblich verglichen und wenn nicht mindestens drei einer Farbe zusammenhingen, wurden sie ihrer Umgebung farblich angepasst. Dies ist im rechten Bild der Abbildung 21 zu erkennen.

Vereinzelt erfolgt diese Anpassung auch zur kleineren Klasse hin. Diese Vorgehensweise ist nach fachlicher Diskussion in der AG „Niederschlag“ zulässig, da bei einer Regionalisierungsbetrachtung die PEN-Werte durchaus gemindert werden können.

Trotz der verwendeten Glättungsfunktionen ist immer noch eine regionale Variabilität zu erkennen, deren Signifikanz fraglich ist. Eine weitere subjektive Glättung bzw. Zusammenfassung zu größeren Regionen mit gleichen Bereichen wäre sicherlich auch zu rechtfertigen, jedoch war eine wesentliche Zielsetzung die objektive Nachvollziehbarkeit, welche durch die Anwendung mathematischer Algorithmen gewährleistet wird.

Die kompletten PEN-Karten für die Dauerstufen 6h, 12h, 24h, 48h und 72h finden sich im Anhang.

10. Zusammenfassung

Die Aufgabe dieser Untersuchungen zum Projekt PEN war es herauszufinden, welche theoretische Wahrscheinlichkeitsfunktion dazu geeignet sind, sich der empirischen Wahrscheinlichkeitsverteilung anzupassen, Extremwerte abzubilden und im Extrapolationsbereich Aussagen über Wiederkehrzeiten von 1.000 bzw. 10.000 Jahren zu treffen.

Nach Prüfung verschiedener Verteilungsfunktionen hinsichtlich dieser Eignung wurden die Beta- und die Pearson-III-Verteilung weitgehender untersucht. Bei Vergleichen mit der KOSTRA-Funktion und untereinander stellte sich heraus, dass sich die Betaverteilung von beiden Verteilungen am besten eignet, zu praxisrelevanten Extremwerten des Niederschlags zu gelangen.

Die Parameter der Verteilung und damit ihr Verlauf werden durch die Daten im unteren Bereich der Verteilung und der Festlegung der unteren Grenze bestimmt. Aus den Verteilungsfunktionen, die an Datenreihen von maximal 124 Jahren angepasst werden, werden Aussagen für Wiederkehrzeiten von bis zu 10.000 Jahren abgeleitet; für einen Bereich also, der weit vom Bereich aller Messwerte entfernt ist. Auch wenn als oberer Grenzwert der MPN-Wert verwendet wird, wird der Verlauf für Wiederkehrzeiten $T > 100a$ allein durch die Messwerte und dem zu wählenden unteren Grenzwert bestimmt und bleibt somit fraglich.

Aus den Ergebnissen für die gemessenen Zeitreihen der Ortspunkte wurde zunächst versucht, Zusammenhänge zwischen den Parametern der Betaverteilung und den KOSTRA- und MPN-Werten zu ermitteln. Dieser Weg erwies sich jedoch als nicht gangbar, insbesondere konnte mit derart generierten Verteilungsfunktionen kein einheitlicher, plausibler Verlauf und keine Übereinstimmung mit den KOSTRA-Werten im Bereich $T = 100a$ erzielt werden.

Es wurde deshalb die KOSTRA-Erkenntnisse verwertet und künstliche Datenreihen aus den KOSTRA-Verteilungsfunktionen erzeugt, an die dann die Betaverteilung angepasst wurde. Zu gleichen Ergebnissen gelangt man auch durch Ermittlung der Parameter der Betaverteilung aus den Parametern u und w der KOSTRA-Funktion.

Mit dieser Vorgehensweise war gewährleistet, dass alle aus der Betaverteilung entnommenen Niederschlagshöhen von $T > 100a$ größer als die KOSTRA-Werte bei $T = 100a$ sind.

Trotz grundsätzlicher Eignung dieses Verfahrens für eine flächendeckende Ermittlung der PEN-Werte blieb der Zweifel an der Zulässigkeit der Verwendung von Verteilungsfunktionen für diese Fragestellung.

Da bei den Untersuchungen aufgefallen ist, dass die Betaverteilungen, welche aus den Daten der KOSTRA-Funktion gewonnen wurden, für Wiederkehrzeiten $T > 100a$ sich vom Verlauf her kaum von der KOSTRA-Verteilung unterscheidet, wurde nach ausgiebigen Diskussionen in der AG „Niederschlag“ auf der Basis dieser Erkenntnisse als vereinfachtes,

praxisorientiertes Verfahren zur Festlegung der Niederschlagshöhen für $T = 1.000a$ und $T = 10.000a$ festgelegt, diese aus der „Weiterführung“ oder „Extrapolation“ der KOSTRA-Verteilung zu entnehmen. Um Sicherheitsaspekte zu berücksichtigen, wurde die Verteilungsfunktion für diese Extrapolation steiler gewählt, indem für den KOSTRA-Bereich eines Ortspunktes für $T = 1a$ der untere und für $T = 100a$ der obere Wert des Bereichs verwendet wurde.

Diese Vorgehensweise liefert, eingebunden in KOSTRA und MGN, realistische Extremwerte für $T = 1.000a$ und $T = 10.000a$, die auch unter Berücksichtigung noch extremerer Messwerte (Zinnwald, 2002) plausibel sind.

Die Vorgehensweise zur Generierung der praxisrelevanten Extremwerte für $T = 1.000a$ und $T = 10.000a$ für die Dauerstufen 6h bis 72h aus der KOSTRA-Funktion wird anhand eines Beispiels ausführlich erläutert. Die Berechnungen erfolgen für jedes KOSTRA-Rasterfeld. Die Ergebnisse werden anschließend geglättet, da die aus KOSTRA abgeleitete regionale Variation für die hier betrachteten Extremwerte wesentlich geringer ist. Abschließend erfolgt für die farbliche Kartendarstellung – wie bei KOSTRA – die Einordnung der generierten Werte in 9 Klassen, die den Wertebereich der jeweiligen Kombination Dauerstufe – Wiederkehrzeit abdecken.

Die dementsprechend erzeugten Karten in der KOSTRA-Rasterung sind als Anlage beigefügt.

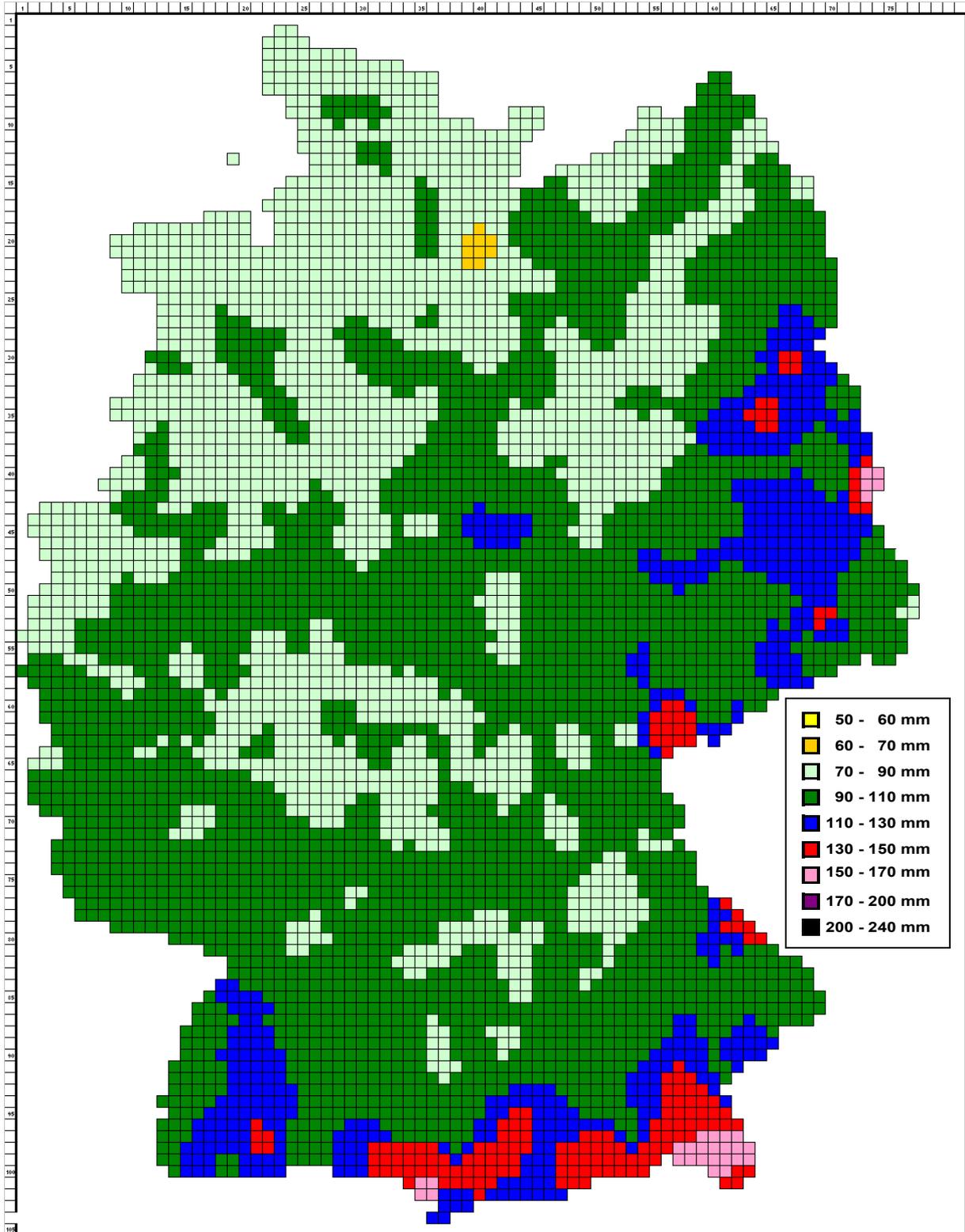
Die Implementierung dieser Angaben in die Software „KOSTRA-DWD“ ist möglich und vorgesehen.

Literaturverzeichnis

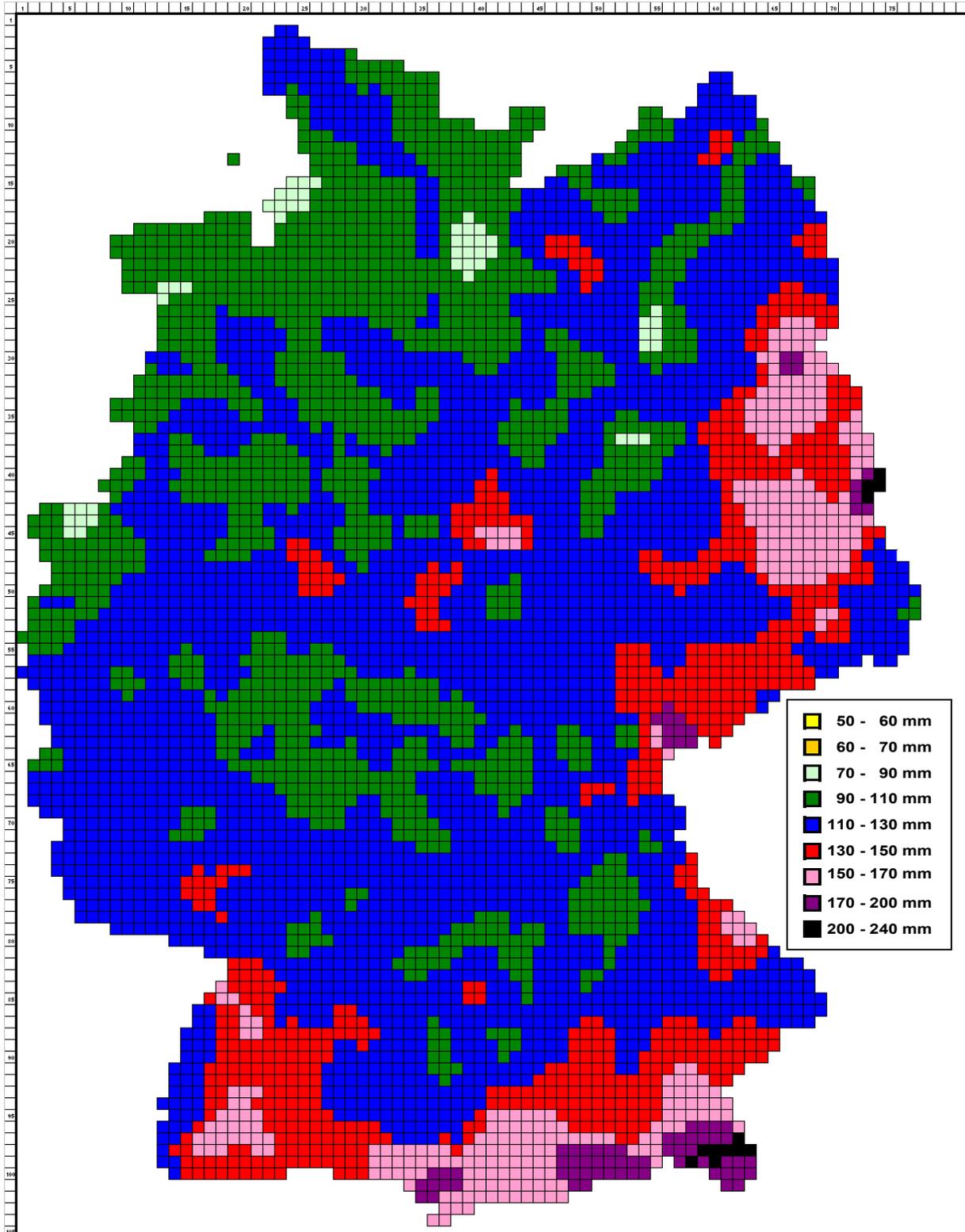
- DVWK, 1985: Niederschlag–Starkregenauswertung nach Wiederkehrzeit und Dauer,
DVWK Regeln 124, Verlag Paul Parey, Hamburg und Berlin
- DVWK, 1997: Maximierte Gebietsniederschlagshöhen für Deutschland,
DVWK Mitteilungen, Verlag Wirtschafts- und Vertriebsgesellschaft
Gas und Wasser mbH, Bonn
- DWD, 2002 Starkniederschläge in Sachsen im August 2002 -
Eine meteorologisch-synoptische und klimatologische
Beschreibung des Augusthochwassers im Elbegebiet,
Deutscher Wetterdienst, Offenbach, Oktober 2002
(Vorabexemplar)
- Itwh, 2002: KOSTRA-DWD-Software, Version 1.0.0,
Institut für technisch-wissenschaftliche Hydrologie GmbH,
Hannover
- Kleeberg, H.-B.,
Schumann, A., 2001: Ableitung von Bemessungsabflüssen kleiner
Überschreitungswahrscheinlichkeiten,
Wasserwirtschaft 91. Jg., H. 2, S. 90.95
- Klemeš, V., 1993: Probability of extreme hydrometeorological events – a different
approach,
Extreme Hydrological Events: Precipitation, Floods and Droughts
(Proceeding of the Yokohama Symposium, July 1993)
IAHS Publ. No. 213, pp. 167-176
- Maniak, Ulrich, 1992: Hydrologie und Wasserwirtschaft – Eine Einführung für Ingenieure,
2. Auflage, Springer- Verlag Berlin, Heidelberg, New York
- Moran,P.M.P., 1957: The Statistical Treatment of Flood Flows,
Trans. AGU, 38, pp. 519 - 523
- Plate, Erich J., 1993: Statistik u. angewandte Wahrscheinlichkeitslehre für
Bauingenieure,
Ernst & Sohn Verlag, Berlin
- Uni Göttingen, 2002: Statistik III,
[www.statoek.wiso.uni-göttingen.de/
veranstaltungen/statistik3alt/daten](http://www.statoek.wiso.uni-göttingen.de/veranstaltungen/statistik3alt/daten)

Anhang

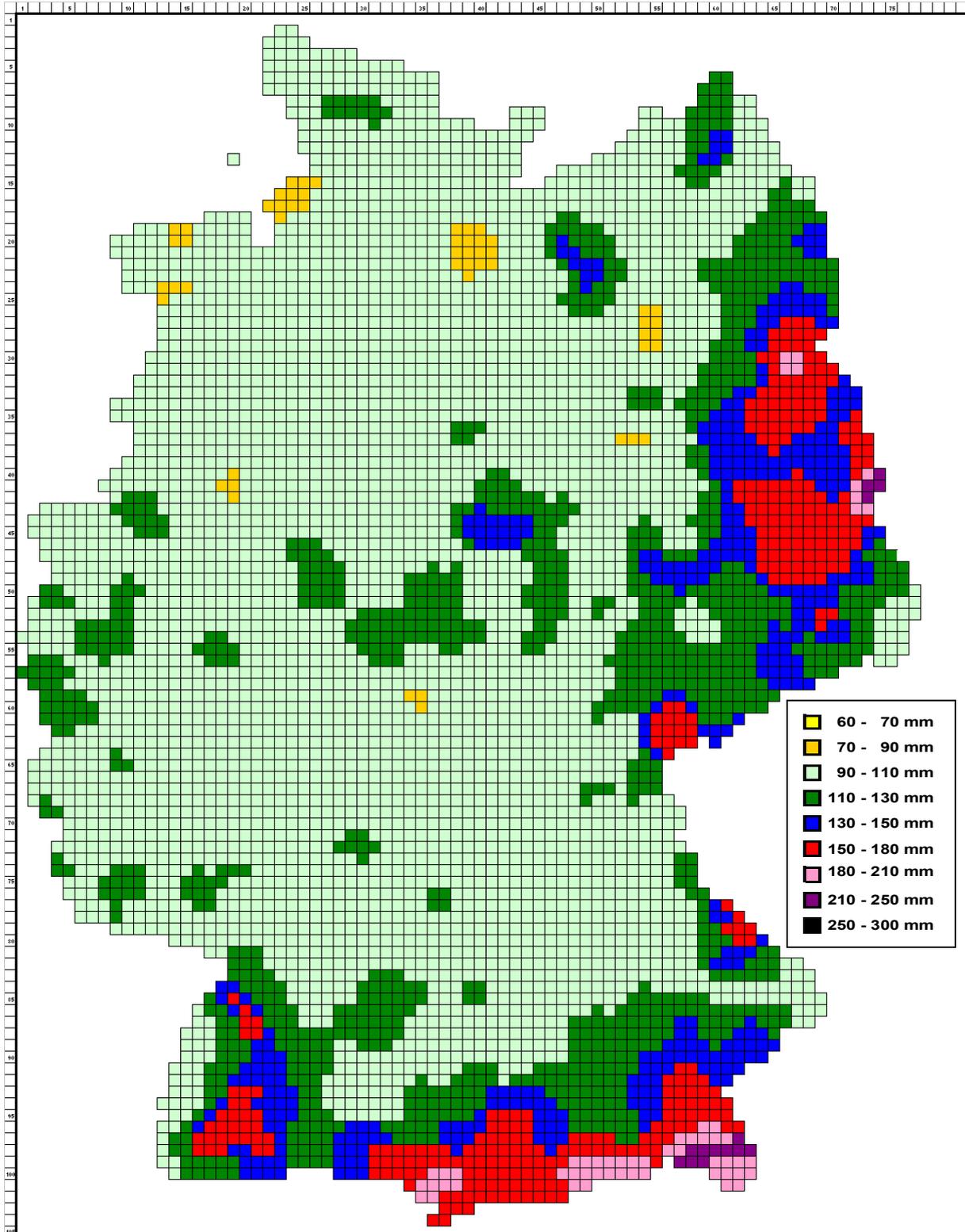
PEN Niederschlagshöhen D = 6h, T = 1.000 a



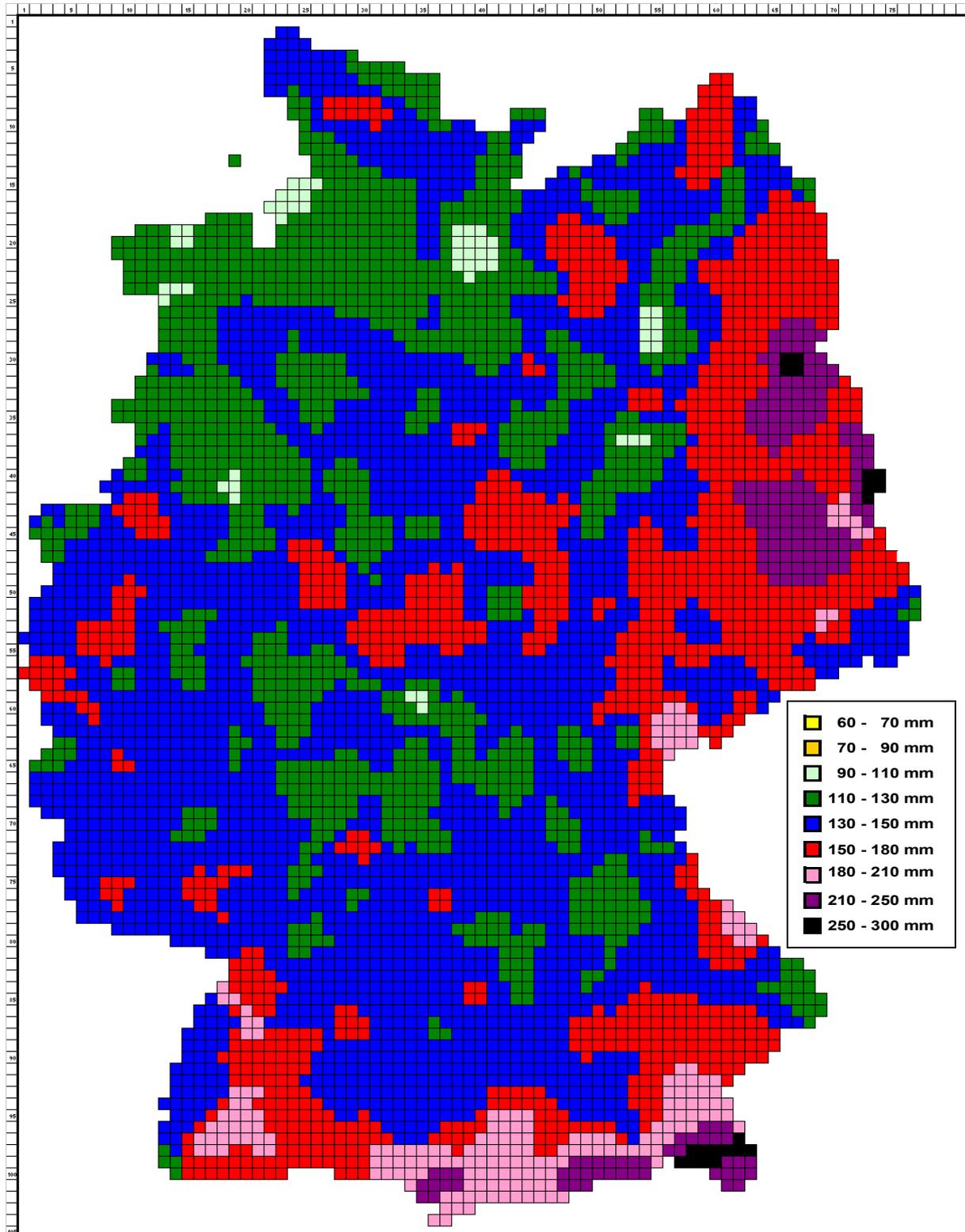
PEN Niederschlagshöhen D = 6h, T = 10.000 a



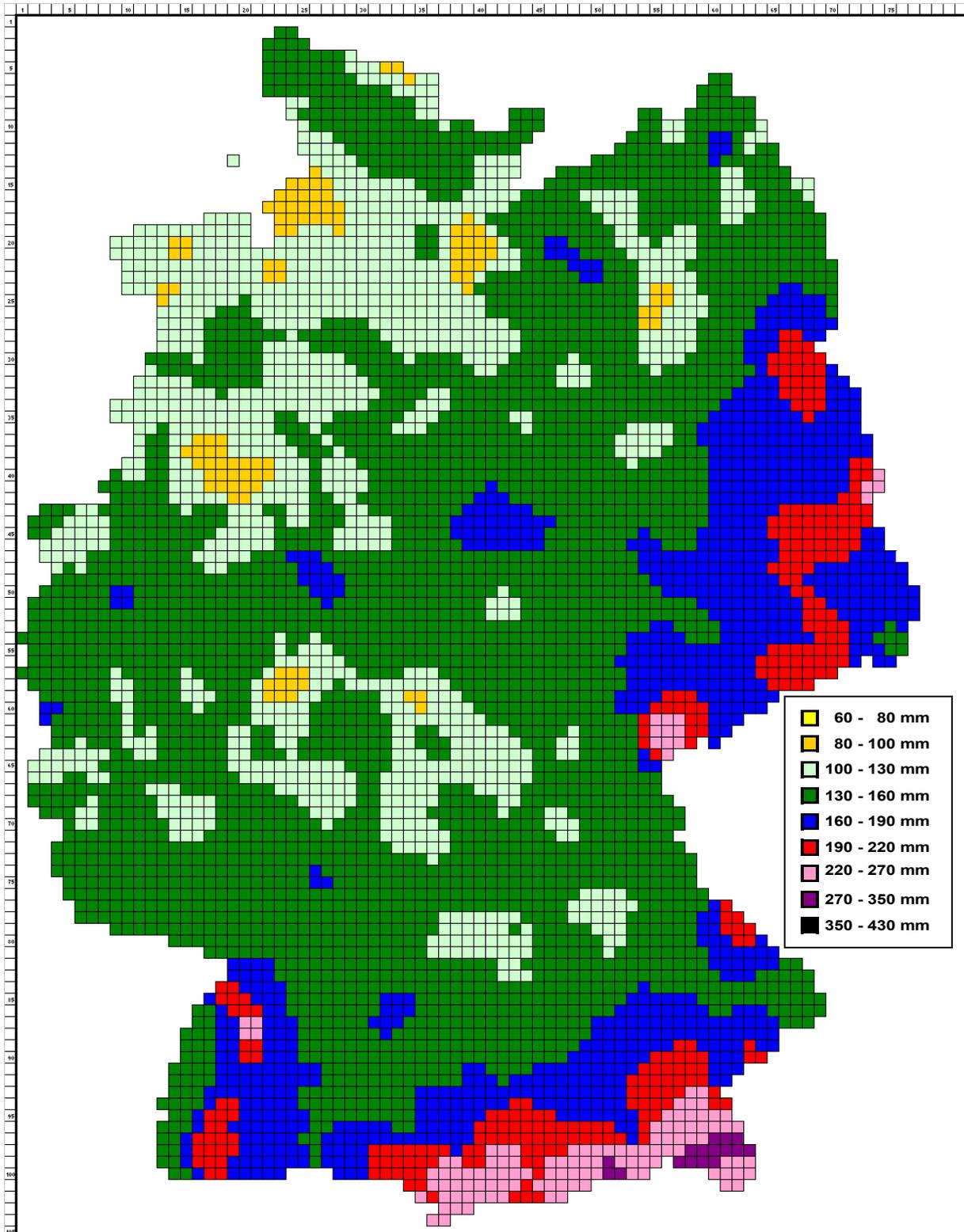
PEN Niederschlagshöhen D = 12h, T = 1.000 a



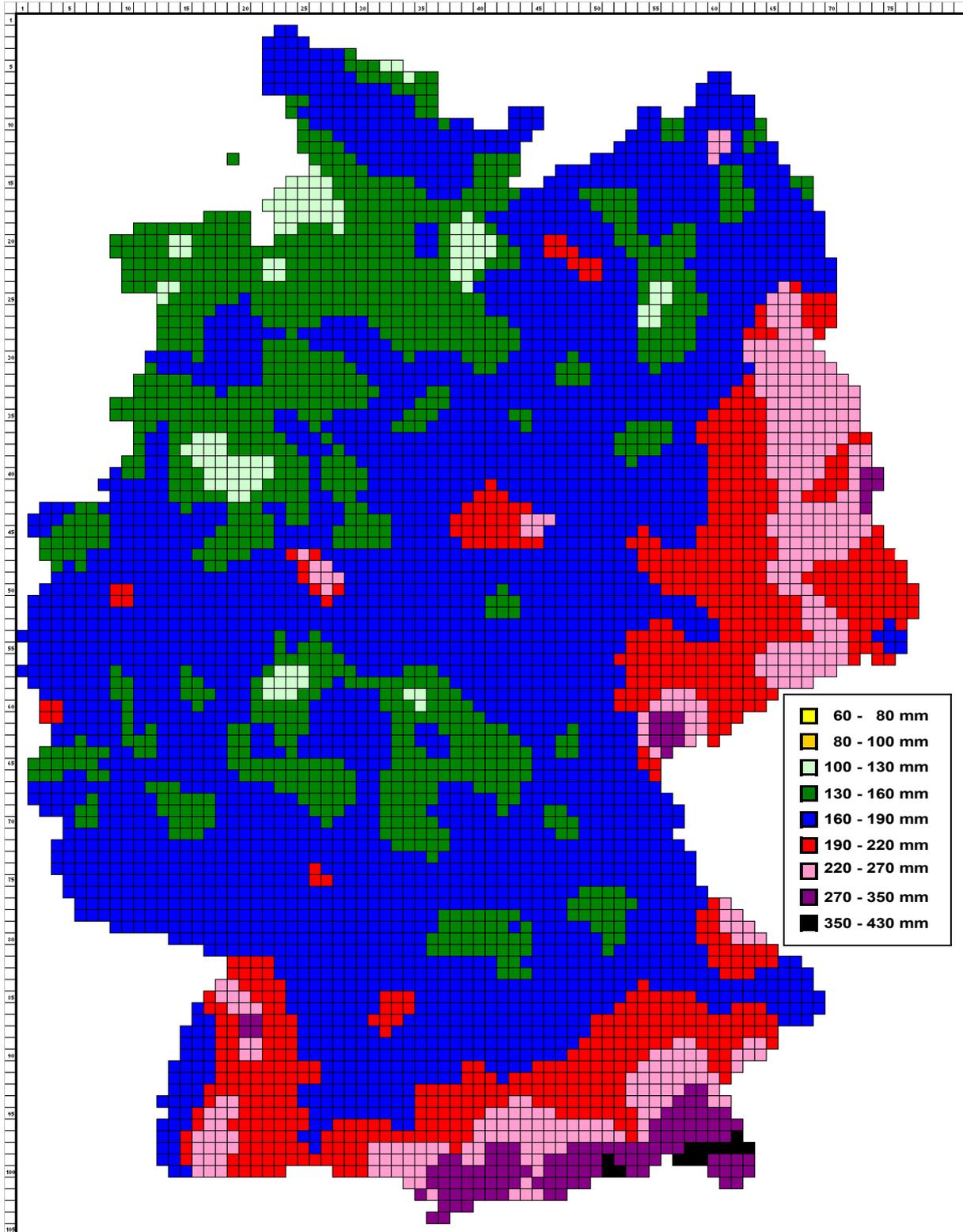
PEN Niederschlagshöhen D = 12h, T = 10.000 a



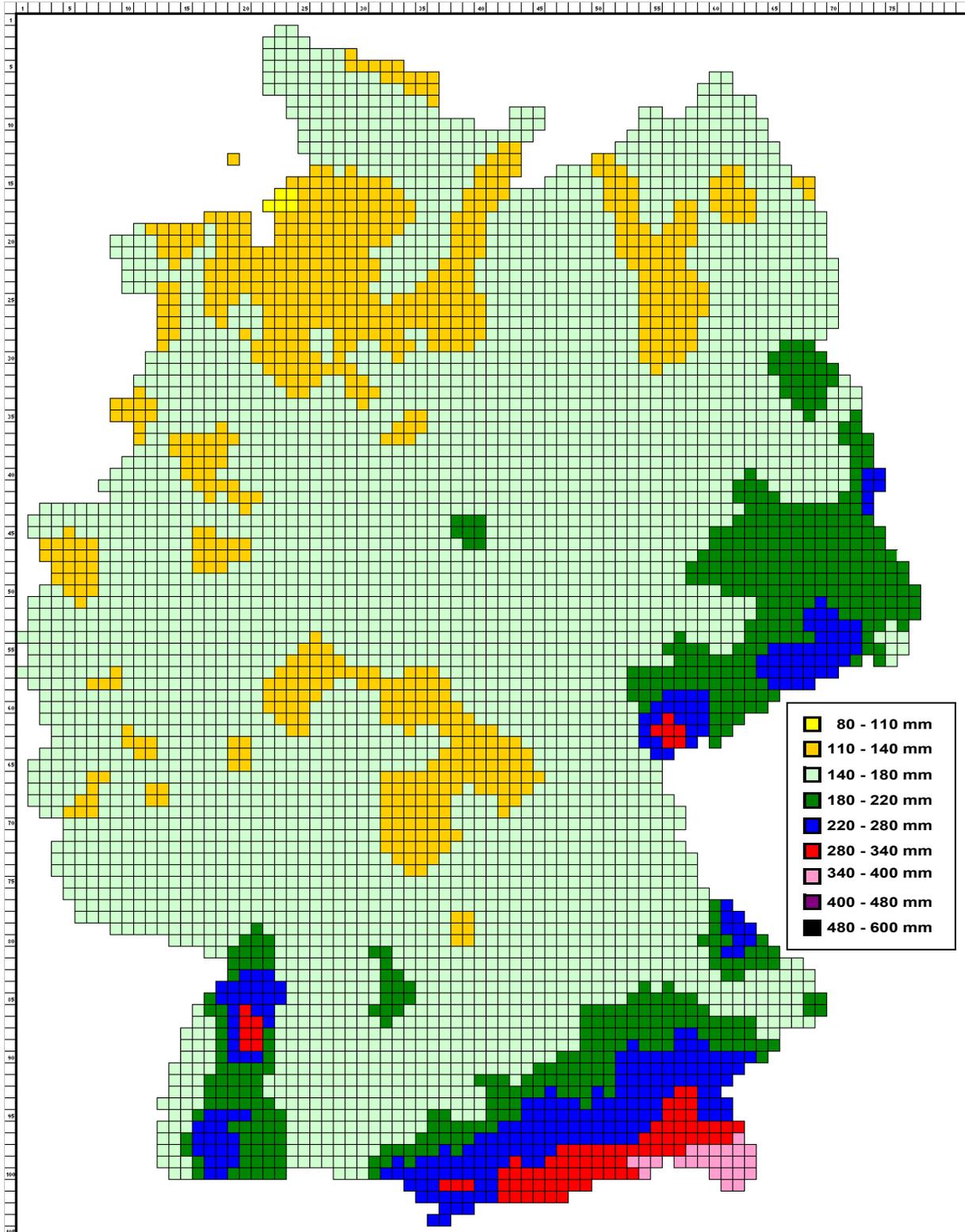
PEN Niederschlagshöhen D = 24h, T = 1.000 a



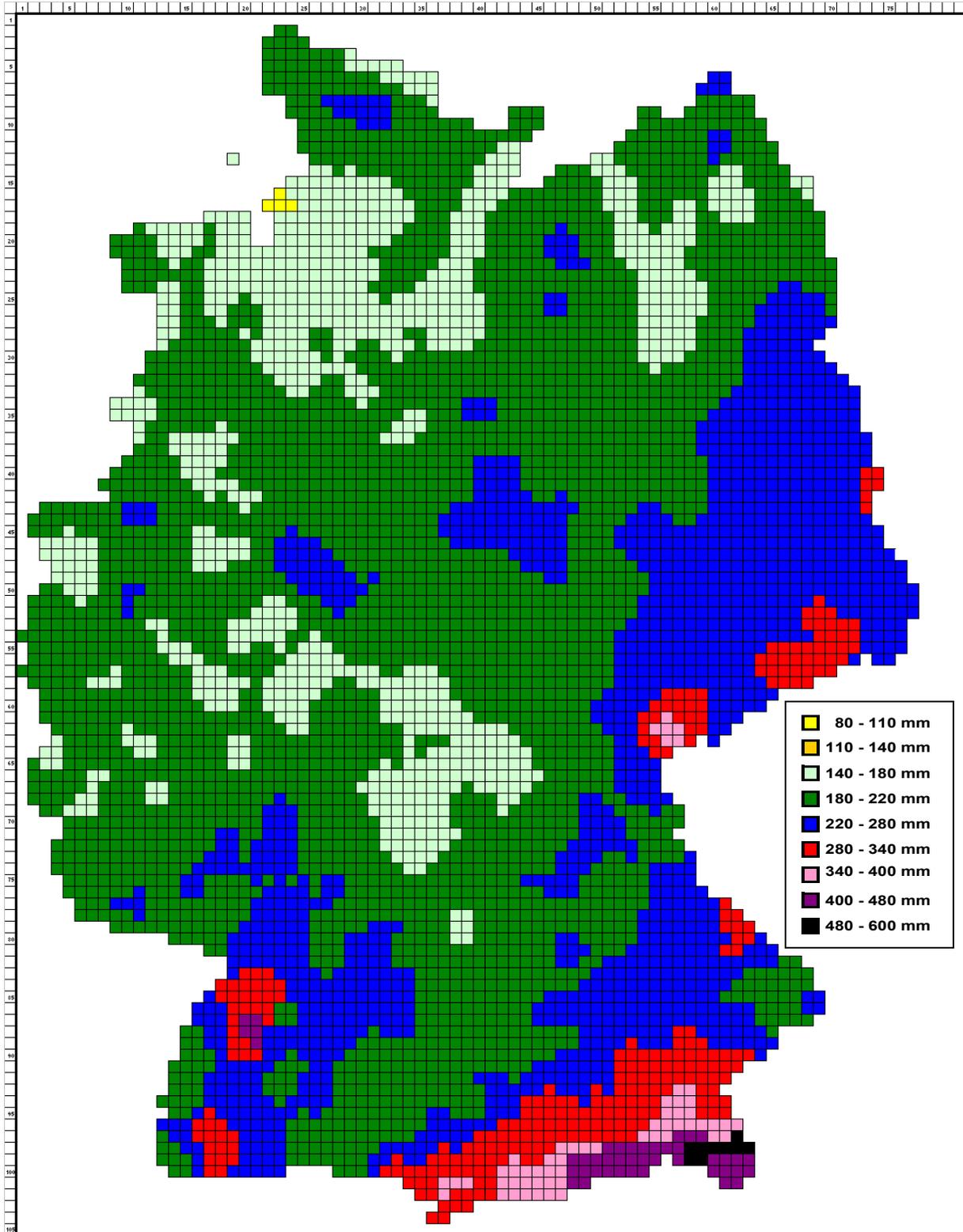
PEN Niederschlagshöhen D = 24h, T = 10.000 a



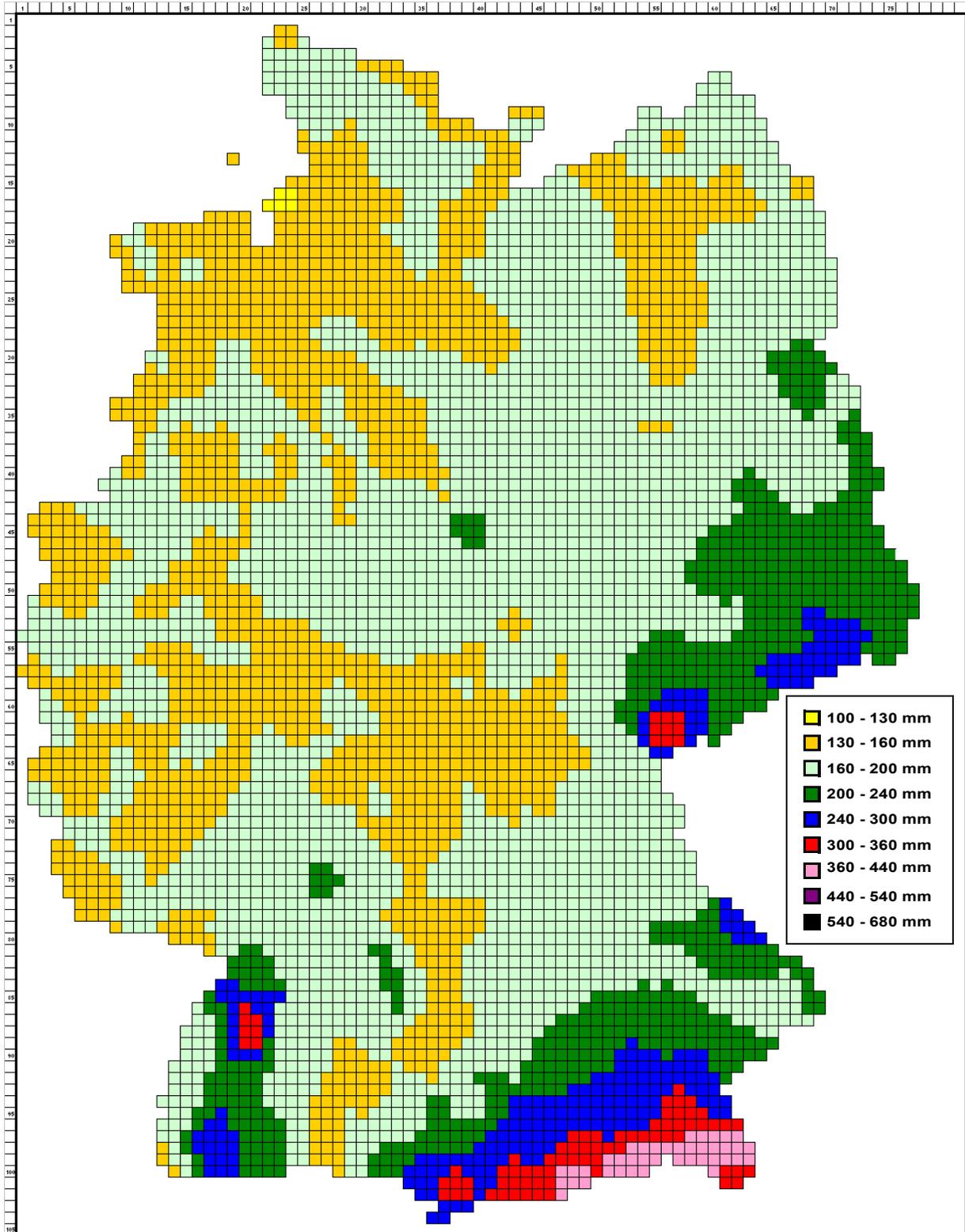
PEN Niederschlagshöhen D = 48h, T = 1.000 a



PEN Niederschlagshöhen D = 48h, T = 10.000 a



PEN Niederschlagshöhen D = 72h, T = 1.000 a



PEN Niederschlagshöhen D = 72h, T = 10.000 a

